

---

## **Guía para la definición de la Tasa de Descuento: Aspectos relevantes en el marco del Licenciamiento Ambiental en Colombia.**

---

Subdirección de Instrumentos Permisos y Trámites Ambientales

---

**Elaboró:**  
Diego A. Castro Amado  
Yolanda Casallas Abril

---

**Revisó:**  
Yolanda Casallas Abril

---

**Aprobó:**  
**Carlos Alonso Rodríguez Pardo**  
Subdirector de Instrumentos Permisos y Trámites Ambientales

---

**Rodrigo Suarez Castaño**  
**Director General**

---

Fecha: Marzo de 2019

---

## Tasa de descuento: aspectos relevantes en el marco del licenciamiento ambiental en Colombia<sup>1</sup>

### Resumen

En el marco del licenciamiento ambiental en Colombia, la tasa de descuento es el parámetro relevante para descontar los beneficios y costos de los proyectos, en particular para generar la comparación temporal de la valoración económica de sus impactos. El objetivo de este artículo es estimar una Tasa de Descuento para licenciamiento Ambiental (TAD), previendo que la temporalidad de los impactos puede alcanzar trascendencia intergeneracional. El enfoque metodológico consiste en calcular, durante el periodo 2001-2016, la Tasa Social de Preferencias Temporales en Colombia como una buena aproximación a la TAD. Según la variación de las TAD y el amplio horizonte de tiempo de los impactos ambientales se utiliza el supuesto de tasa de descuento decreciente, y se estima una TAD para usar en proyectos según la máxima duración de sus impactos, que arroja cifras de 5%, 4%, y 2% para el corto, mediano y largo plazo respectivamente (JEL.H43).

**Palabras clave:** Tasa Social de Preferencias Temporales, Descuento Decreciente, Impactos Ambientales, Licenciamiento Ambiental Colombia.

**Códigos JEL:** H43, D61, Q01, Q56.

---

<sup>1</sup> Se agradece la contribución de Raúl Castro Rodríguez, investigador del Centro de Estudios de Desarrollo Económico (CEDE) y Profesor Asociado de la facultad de Economía de la Universidad de los Andes, por sus aportes, comentarios y sugerencias. Las opiniones contenidas en el presente documento son responsabilidad exclusiva de los autores y no compromete a la Autoridad Nacional de Licencias Ambientales (ANLA).

<b>1. Estado del arte</b> .....	6
<b>2. Marco teórico</b> .....	9
<b>2.1. Análisis Costo Beneficio</b> .....	9
<b>2.2. Tasa Social de Descuento</b> .....	11
<b>2.3. Tasa Social de Preferencias Temporales</b> .....	15
<b>2.3.1 Tasa Pura de Preferencias (<math>\rho</math>)</b> .....	15
<b>2.3.2. Elasticidad de la utilidad marginal del consumo (<math>\theta</math>)</b> . ....	16
<b>2.3.3. Tasa de Crecimiento del consumo per cápita (<math>g</math>)</b> . ....	17
<b>2.4. Tasa Social de Descuento decreciente (descuento Gamma)</b> .....	17
<b>3. Metodología y datos</b> .....	20
<b>3.1. Tasa Pura de Preferencias (<math>\rho_t</math>)</b> .....	20
<b>3.2. Tasa de Crecimiento del consumo per cápita (<math>g_t</math>)</b> .....	21
<b>3.3. Elasticidad de la utilidad marginal del consumo (<math>\theta_t</math>)</b> .....	22
<b>3.3.1. Tasa marginal de Tributación <math>dTYdy</math></b> .....	24
<b>3.3.2. Tasa Efectiva promedio de tributación <math>TYT</math></b> .....	25
<b>3.4. Tasa de Descuento para licenciamiento Ambiental (TAD)</b> .....	26
<b>4. Análisis y resultados</b> .....	27
<b>4.1. Tasa de Descuento para licenciamiento Ambiental (TAD) 2001-2016</b> . ....	27
<b>4.2. Tasa de Descuento decreciente (descuento Gamma)</b> .....	30
<b>5. Conclusiones</b> .....	32
<b>Referencias</b> .....	33
<b>Apéndice A</b> .....	35
<b>Modelo de Ramsey (Ramsey, 1928)</b> .....	35
<b>Apéndice B</b> .....	41
<b>Derivación de Elasticidad Marginal de la utilidad del Consumo (Evans D. , 2005)</b> .....	41

En la evaluación económica de proyectos de inversión, políticas y programas, la elección de la Tasa Social de Descuento (TSD) constituye un factor crítico para la toma de decisiones, dado que su valor permite comparar los flujos futuros de beneficios y costos monetarios de una alternativa de inversión o de una política pública. Esta cifra toma una relevada importancia cuando se evalúan proyectos de inversión con impactos ambientales, cuya permanencia puede prolongarse de forma intergeneracional -muy largo plazo-. Actualmente, en la literatura no hay consenso absoluto sobre la metodología ideal para el cálculo de la TSD y el valor depende, entre otras variables, de la percepción del costo de oportunidad social de los recursos que son usados como insumos en los proyectos. De esta forma, el análisis central de este documento aborda el cálculo en Colombia de la TAD<sup>2</sup> para descontar los beneficios y costos<sup>3</sup> de proyectos con impactos ambientales en el corto, mediano y largo plazo<sup>4</sup>, cuyo valor surge como insumo principal del Análisis Costo Beneficio (ACB) requerido dentro del licenciamiento ambiental vigente en el país (Autoridad Nacional de Licencias Ambientales, 2017).

En el marco de la normatividad ambiental vigente en Colombia, la Resolución 1669 de 2017 y la Resolución 1402 de 2018 resuelven que los proyectos de inversión sujetos a licenciamiento<sup>5</sup> ambiental deben presentar un ACB de la valoración económica de los impactos relevantes (positivos y negativos) no internalizables<sup>6</sup> de sus actividades. Este ACB se hace bajo un enfoque metodológico de Tasa Dual de Descuento, en el cual los beneficios netos ambientales se descuentan con una tasa diferente a los beneficios netos privados (ej. en un proyecto de reforestación los beneficios de venta de madera se descuentan con una tasa diferente a la usada para el cálculo de los beneficios por captura de carbono) (Evans E. K., 2011). Así, la TSD calculada en este artículo se denomina Tasa Descuento para proyectos objeto de licenciamiento Ambiental (TAD) y se

---

<sup>2</sup> La Resolución 1669 de 2017 de “Criterios Técnicos para el uso de Herramientas Económicas en los Proyectos, Obras O Actividades Objeto De Licenciamiento Ambiental” sugiere usar una Tasa Social de Descuento (TSD) del 12%. No obstante, durante el desarrollo de este documento la Resolución 1402 de la “Metodología General para la Elaboración y Presentación de Estudios Ambientales (MGEPEA)” actualiza el valor de la TSD para ser usada en los proyectos obras o actividades sujetas a licenciamiento a 5%. Este documento sustenta el valor del 5% sugerido en la MGEPEA y plantea tasas menores para ser usadas según la temporalidad de los impactos.

<sup>3</sup> “Una mejora en la calidad y/o cantidad de un servicio ecosistémico se cuantifica como un beneficio ambiental, mientras que el deterioro o disminución en la calidad y cantidad de este, es considerado un costo ambiental” (Autoridad Nacional de Licencias Ambientales, 2017).

<sup>4</sup> Se entiende como corto plazo, proyecto con impactos ambientales de 1 a 10 años; como mediano, de 11 a 20 años y como largo plazo  $\geq 21$  años.

<sup>5</sup> Con excepción de algunos proyectos de Agroquímicos.

<sup>6</sup> No internalizables, en el marco de licenciamiento ambiental, implica que el impacto no se puede corregir ni prevenir a través de las medidas de Plan de Manejo Ambiental, por lo que se requiere una inversión en mitigación o compensación que asegure una relación beneficio costo mayor a uno (Autoridad Nacional de Licencias Ambientales, 2017).

enfoca en encontrar un valor óptimo para descontar los flujos ambientales presentados en las Estudios de Impacto Ambiental (EIA) vigentes en la legislación colombiana ( Ministerio del Medio Ambiente y Desarrollo Sostenible, 2015).

En términos de política pública, la inclusión de una tasa de descuento en la evaluación de proyectos de inversión con impactos ambientales contribuye a fortalecer o desalentar el principio de precaución<sup>7</sup> adoptado por un país, cuyo rigor normativo declara las preferencias temporales de una sociedad y su aversión al riesgo. Normalmente, en un proyecto de extracción (PE) (ej. extracción de petróleo, minerales y otros) se obtienen beneficios netos positivos en el corto plazo, mientras que sus costos ambientales, a veces incrementados por externalidades negativas, se ven en el mediano y largo plazo. Por el contrario, es habitual que en un Proyecto Ambiental (PA) (ej. reforestación) los beneficios netos positivos sean percibidos en el mediano y largo plazo, haciendo predominantes los costos de inversión ambientales en las etapas tempranas. En cualquiera de los dos tipos de proyectos (PE y PA) una alta TAD revela una marcada preferencia por el consumo presente, favoreciendo la extracción sobre la conservación, mientras que una TAD baja supone una mayor preocupación por el consumo futuro, con lo que privilegia la conservación de los recursos para el uso de las próximas generaciones.

Desde la última década del siglo XX, la comunidad internacional ha generado una discusión acerca de si los proyectos de inversión con beneficios y costos ambientales en el mediano y largo plazo deben ser evaluados con las tasas de interés disponibles en el mercado. Frente a este dilema, algunos de los países desarrollados han generado diferentes instrumentos que sustentan los cálculos de TSD enmarcados dentro de la equidad intergeneracional (ej. “Tasa Marginal de Preferencia Temporal” (TSPT), con lo que dejan atrás postulados de los años sesenta que delimitaban el cálculo de TSD a una comparación directa de los retornos del capital de los recurso públicos con los fondos privados, corregidos por sus respectivas distorsiones (ej. “Tasa marginal de Costo de Oportunidad Social del Capital” (COS) ) (Campos J. S.-A., 2015).

El presente documento está dividido en cinco secciones. En la primera se desarrolla el estado del arte de TSD, junto con las estimaciones realizadas y sus aspectos teóricos y empíricos; la segunda aborda el marco teórico-conceptual del procedimiento del cálculo de la TSD y la metodología usada para el cálculo de TAD; en el tercera, se presentan los insumos de información

---

<sup>7</sup> El principio de precaución es un concepto que respalda la adopción de medidas protectoras ante las sospechas fundadas de que ciertos productos o tecnologías crean un riesgo grave para la salud pública o el medio ambiente, pero sin que se cuente todavía con una prueba científica definitiva de tal riesgo.

que guían la investigación; en la cuarta se da cuenta de los resultados investigativos junto con su discusión y propuesta normativa. Finalmente, la quinta sección resume las principales conclusiones y deriva algunas implicaciones de política.

### 1. Estado del arte

Con la realidad del cambio climático y sus afectaciones en el crecimiento de la economía mundial, en los últimos años se han realizado esfuerzos considerables para determinar valores óptimos de TSD en el largo plazo para proyectos ambientales, de educación y salud en particular (Stern, 2006). Normalmente, los valores encontrados en la nueva literatura refuerzan cifras históricas de crecimiento económico, en las cuales se revelan tasas promedio del 5% para países latinoamericanos (López, 2008) y 4.3% para algunos países pertenecientes a la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) (Evans D. S., 2004). Estos nuevos valores difieren sustancialmente de las tasas de interés adoptadas en el siglo XX por algunos países desarrollados, cuyas tasas de interés superaban ampliamente la cifra del 5%.

Uno de los países pioneros en el cálculo de la TSD bajo la metodología de Tasa Social de Preferencias temporales (TSPT) es el Reino Unido, el cual indica *Green Book Appraisal and Evaluation in Central Government* una tasa de 3.5% para proyectos con horizontes de vida menores o iguales a 30 años (HM Treasury., 2003). En proyectos con impactos mayores a 30 años la TSD depende de su longevidad: 3% para proyectos con vida útil de 31 a 75 años, 2.5% de 76 a 125 años, 2% de 126 a 200 años, 1.5% de 201 a 300 años, y 1% para proyectos con impactos superiores a 300 años.

El cálculo de la TSD en la Comunidad Europea combina dos (2) metodologías: la TSPT y la Tasa Marginal de Retorno del Capital (TMRC) o (COS) por sus siglas en inglés. Por un lado, Alemania y Noruega usan tasas constantes del 3% y 3.5% respectivamente, basándose en la COS de los bonos gubernamentales de largo plazo de cada país. Por otro lado, Francia e Italia utilizan tasas del 4% y 5% respectivamente, basando su estimación en la metodología de TSPT. España usa TSPT, pero sectoriza sus TSD a diferentes sectores, encontrando rangos de 4-6 (Zhuang, 2007).

El continente asiático implementa elevadas TSD frente a Europa, de manera que muestra a países como Filipinas, Pakistán e India con tasas de 15%, 12% y 12% respectivamente. China por su parte combina las metodologías TSPT y COS para calcular la TSD y presenta una tasa promedio de 8%. No obstante, al igual que el Reino Unido, recomienda que en proyectos de largo plazo se usen tasas inferiores al 8% (Campos J. S.-A., 2015)..

Por su parte, el continente americano divide los valores respecto a sus latitudes. En el 2007, luego de usar por más de tres décadas un TSD del 10%, Canadá disminuyó su valor a 8%. En Estados Unidos, la TSD varía entre sus agencias. Por un lado, la *Oficina de Administración y Presupuesto* indica luego de 1992 una TSD del 7% (previamente usaba 10%). Por su parte la *Agencia de Protección Ambiental* (APA o EPA por sus siglas en inglés) aconseja para descuento intra-generacional usar tasas entre 2-3%, que se aproximan al interés del mercado después de impuestos. Para descuento intergeneracional la EPA sugiere el “no descuento” y deja en claro que es importante mostrar la sensibilidad de estas tasas en la evaluación de proyectos.

Frente a la evidencia Latinoamericana, durante el siglo XX varios países adoptaron la TSD del 12% sugerida por organismos multilaterales como el Banco Interamericano de Desarrollo (BID) y el Banco Mundial (BM) (BID, 2012). Sin embargo, en el nuevo milenio países como México, Perú, y Chile han bajado sustancialmente sus tasas, usando valores de 10%, 9% y 6% respectivamente. Según Campos, 2012, estos cambios se han producido gracias a las modificaciones introducidas en los Sistemas Nacionales de Inversiones Públicas, los cuales normalmente obligan a evaluaciones ex-ante de los proyectos que se financian con fondos públicos.

Campos et al, 2012 anota que, en Colombia, el principal ente gubernamental gestor de la política de inversión corresponde al Departamento Nacional de Planeación DNP, el cual desde 1989 está a cargo del Banco de Proyectos de Inversión Nacional y su normativa asociada, en donde se muestran las metodologías de Análisis Costo Beneficio (ACB) y criterios de determinación de la TSD, que sigue siendo del 12%<sup>8</sup>. En un documento reciente del DNP Hernández et al (2018), realizan una estimación de la tasa de descuento para proyectos ambientales bajo el enfoque de TSPT, en la que encuentran un valor de 3.1% (Hernandez, 2018).

En el 2008 López utilizó la metodología de TSPT para calcular la TSD de nueve (9) países en Latinoamérica y encontró que, dadas las tasas de mortalidad, las tasas de crecimiento del consumo per cápita y la elasticidad de la utilidad marginal del consumo de cada uno de estos países, se tiene una TSD promedio del 3.1%, como se observa en la tabla 1.

En el 2017 Castro et al, utiliza el modelo de Ramsey para calcular la TSD de Bolivia y obtiene valores que oscilan entre 3.67% y 4.2% (Castro, Moreno, & Rueda, 2017). La tabla 1

---

<sup>8</sup> Recientemente Piraquive, G; M. Matamoros; E. Céspedes y J. Rodríguez (2018) realizan una actualización para Colombia de la tasa de descuento bajo la metodología de Harberger a precios de mercado, encontrando un valor del 9%.

presenta los resultados de la revisión de literatura realizados por estos autores para diferentes países, según el método analizado.

*Tabla 1*

*Estimaciones parámetros Tasa Social de Preferencia Temporal, según método*

Método	Autor	Año	País	Tasa de crecimiento ( $g$ )	Tasa de preferencia temporal pura ( $\rho$ )	Probabilidad de muerte ( $L$ )	Elasticidad de la utilidad marginal ( $\theta$ )	Tasa social de preferencia temporal ( $TSPT$ )	
Consumo per cápita	Kula (1984)	1984	EUU	2,3		0,9	1,9	5,3	
		1984	Canadá	2,8		0,8	1,6	5,2	
	Pearce y Ulph (1995)	1995	Gran Bretaña	1,3	0,3	1,3	0,8	2,4	
				Gómez (2010)	2010	Argentina	2,15		1,1
	Zhuang (2007)	2007	Indonesia	3,55	1,5		1,3	6,1	
		2007	Malasia	4,88	1,5		1,3	7,8	
		2007	Singapur	4,48	1,5		1,3	7,3	
				Japón	2,34	1,5		1,3	4,5
	Ingreso per cápita	Comisión Europea	2008		Austria	1,9	1,0		1,6
			2008	Dinamarca	1,9	1,1		1,3	3,5
2008			Francia	2,0	0,9		1,3	3,4	
2008			Italia	1,3	1,0		1,8	3,3	
2008			Alemania	1,3	1,0		1,6	3,1	
2008			Países Bajos	1,3	0,9		1,4	2,8	
2008			Suecia	2,5	1,1		1,2	4,1	
2008			República Checa	3,5	1,1		1,3	5,7	
2008			Hungría	4,0	1,4		1,7	8,1	
2008			Polonia	3,8	1,0		1,1	5,3	
López, H (2008)			2008	Argentina	1,4	1,0	0,8	1,3	2,9
			2008	Bolivia	0,6	1,0	0,8	1,5	1,9
López, H (2008)			2008	Brasil	2,3	1,0	0,7	1,8	5,1
			2008	Chile	2,7	1,0	0,5	1,3	4,6
	2008	Colombia	1,8	1,0	0,5	1,8	4,2		
	2008	Honduras	1,0	1,0	0,6	1,1	2,1		
	2008	México	1,8	1,0	0,4	1,3	3,3		
	2008	Nicaragua	-0,1	1,0	0,5	1,4	0,9		
	2008	Perú	1,1	1,0	0,6	1,9	3,1		
	PIB per cápita	Florio (2014)	2014	Austria	1,20	0,91		1,45	2,65
2014			Dinamarca	0,63	0,94		1,28	1,75	
2014			Francia	0,71	0,84		1,27	1,74	
2014			Italia	0,10	0,98		1,50	1,13	
2014			Alemania	1,36	1,04		1,33	2,84	
2014			Países Bajos	0,96	0,81		1,55	2,30	
2014			Suecia	1,73	0,95		1,70	3,80	
2014			República Checa	2,58	1,02		1,44	4,75	
2014			Hungría	1,90	1,29		1,25	3,67	
2014			Polonia	3,16	0,97		1,09	4,43	
2014			Portugal	0,38	0,97		1,86	1,67	
2014			Bélgica	0,71	0,96		1,53	2,05	
2014			España	0,86	0,84		1,45	2,09	
2014			Luxemburgo	0,77	0,74		1,84	2,17	
2014			Holanda	0,96	0,81		1,55	2,30	
2014			Grecia	0,96	0,98		1,47	2,39	
2014			Reino Unido	1,13	0,88		1,53	2,61	
2014			Eslovenia	1,69	0,91		1,38	3,25	
2014			Finlandia	1,46	0,94		1,70	3,42	
2014			Irlanda	1,55	0,63		2,31	4,21	
2014	Estonia	4,53	1,14		1,19	6,52			

Fuente: (Castro, Moreno, & Rueda, 2017) a partir de Kula (1984), Pearce y Ulph (1995), Gómez (2010), Zhuang (2007), Comisión Europea (2008), López (2008) y Florio (2014)

## 2. Marco teórico

### 2.1. Análisis Costo Beneficio

El Análisis Costo Beneficio (ACB) se centra en la identificación y estimación de los beneficios y costos de una política, programa o proyecto, tanto desde una perspectiva privada como de una social. Uno de los principales indicadores utilizados para generar la comparabilidad entre estos es el Valor Presente Neto (VPN) de un flujo de beneficios y costos que se distribuye a lo largo del tiempo (ecuación 1). Esta comparación inter temporal del flujo económico<sup>9</sup> del proyecto es posible mediante la incorporación de una tasa de descuento constante, en el marco del descuento exponencial con pendiente decreciente (ecuación 2) en términos continuos, o su análogo en términos discretos (ecuación 3) (Campos J. S.-A., 2016).

$$VPN = \sum_{t=0}^T \frac{B_t - C_t}{(1+X)^t} = \sum_{t=0}^T \delta^{-t} \cdot B_t - C_t \quad (1)$$

$$\delta^{-t} = \exp[-X \cdot t] \quad (2)$$

$$\delta^{-t} = (1 + X)^{-t} \quad (3)$$

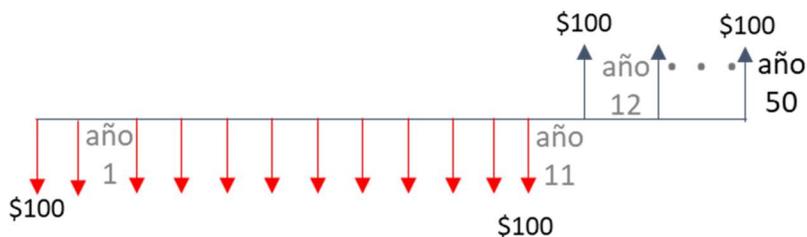
Para ejemplificar la importancia de la selección de la TSD en un ACB se plantea el ejemplo de un Proyecto ambiental (PA) de reforestación cuyos costos de inversión y operación superan los beneficios en \$100 durante los primeros 10 años (desde el año 0 hasta año 10) (figura 1). A partir del año 11, y hasta el año 50, se producen beneficios netos positivos de \$100, lo que hace que sin incorporar ninguna tasa de descuento inter temporal la Relación Beneficio-Costo (RBC) sea de 3.64, con lo que se genera una adicionalidad económica con su inversión, ya que los beneficios son mayores que los costos. Si este proyecto es evaluado con una TSD del 12%, su RBC es de 0.40, lo cual hace inviable su desarrollo bajo un ACB. Si por el contrario se evalúa con una TSD menor del 4% se obtiene una RBC de 1.47 por lo que su ejecución, en términos económicos, resulta atractiva. La figura 2 presenta la relación entre la TSD y el valor presente en el PA.

---

<sup>9</sup> En realidad, lo que se debe considerar es el cambio en los beneficios y costos que genera el proyecto en relación con una situación inicial (“sin proyecto”) al compararlo, bien con la situación “con proyecto”, o con proyectos alternativos (Campos J. S.-A., 2016).

Figura 1

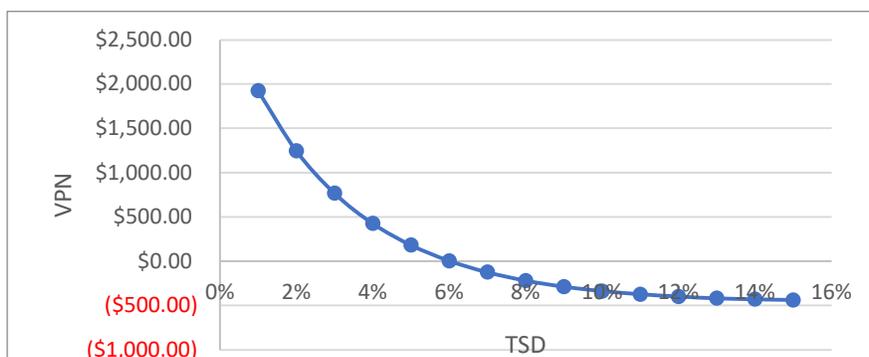
Esquematzación flujo de un Proyecto Ambiental



Fuente: Elaboración propia

Figura 2

Comparación del VPN de un Proyecto Ambiental evaluado con diferentes Tasas Sociales de Descuento



Fuente: Elaboración propia

Análogamente sucede lo mismo con un Proyecto Extractivo (PE) de petróleo el cual, luego de una inversión de \$100 en el año 0, obtiene beneficios netos positivos de \$100 durante los primeros 10 años, y cuyos costos ambientales sobrepasan en \$100 a los beneficios luego del año 11, y continúan así hasta el año 50 (figura 3). Si el proyecto no se evalúa con ninguna tasa de descuento, su RBC es de 0.24, lo que indica una pérdida social neta en esta inversión. Si se evalúa con una TSD de 12% se obtiene una RBC de 1.55, por lo que económicamente se recomienda realizar la inversión. Si se disminuye la TSD al 4% se obtiene una RBC de 0.56 y se muestra, bajo esta TSD, que la inversión en valor presente realmente conlleva pérdidas de bienestar y, lo más importante para este análisis, que la TSD no es neutral en la escogencia de proyectos de inversión que compiten por la asignación de los recursos escasos. La figura 4 presenta la relación entre la TSD y el valor presente en el PE.

Figura 3

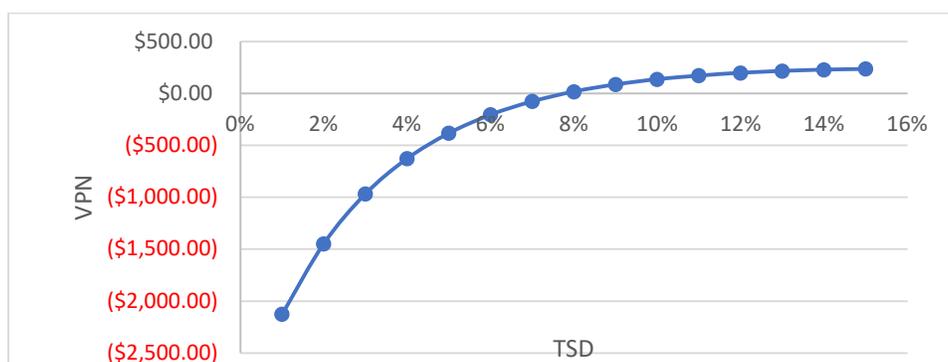
Esquematación flujo de un Proyecto Extractivo



Fuente: Elaboración propia

Figura 4

Comparación del VPN de un Proyecto Extractivo evaluado con diferentes Tasas Sociales de Descuento



Fuente: Elaboración propia

Como se mencionó en la introducción, el enfoque de cálculo de la TSD en este documento surge como el principal insumo del ACB requerido bajo la actual normatividad ambiental colombiana que solo evalúa beneficios netos ambientales, dejando a un lado los beneficios netos privados. Esta diferenciación de tasas en la evaluación de proyectos surge del concepto planteado por Kula y Evans (2011) en el cual se busca encontrar un adecuado equilibrio entre eficiencia y sostenibilidad, evaluando los flujos privados con una tasa de oportunidad del capital, y los flujos ambientales con una Tasa de descuento Ambiental TAD, cuyo cálculo es el principal objetivo de este documento.

## 2.2. Tasa Social de Descuento

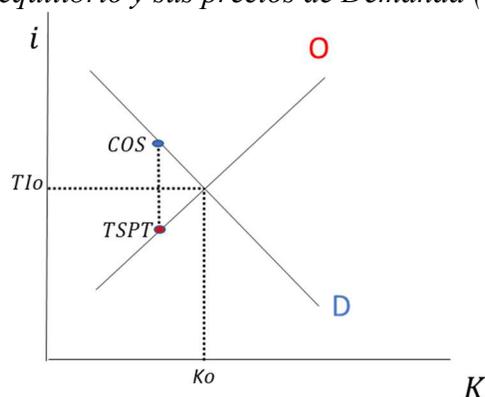
Las principales diferencias del cálculo de los valores de la TSD entre los países y en sus instituciones, radica en el tipo de metodología usada para tal fin (Zhuang, 2007). En términos generales, la literatura define 2 (dos) rutas prácticas para su cálculo, cuya principal discrepancia reside en la percepción del costo de oportunidad de los fondos de inversión (Campos J. S.-A.,

2015). Por un lado, y visto desde el punto de vista del consumidor, se usa la metodología relacionada con la “Tasa Marginal de Preferencia Temporal” (TSPT) o la tasa social de descuento del consumo, en la cual se sopesa el consumo presente y el futuro. Por otro lado, al evaluar la percepción del inversionista se plantea la metodología de la Tasa marginal de retorno del capital (TMRC) o “Costo de oportunidad Social del Capital” (COS), en la cual se usa como TSD la tasa de retorno de los fondos de inversión privados, corregida por las distorsiones causadas por las imperfecciones del mercado (impuestos, informaciones asimétricas, riesgo, etc.) (Campos J. S.-A., 2015).

En términos teóricos, el precio de oferta y demanda ( $i$ ) de los fondos de inversión de capital ( $K$ ) está dado por TSPT y COS respectivamente. En competencia perfecta, la Tasa de Interés (TI) del mercado debería reflejar el punto de equilibrio entre TSPT y COS. Este valor también es conocido en la literatura como la Tasa de Ahorro Óptima<sup>10</sup> (TAO), dado que  $TSPT=COS$  (Azqueta, 2007). No obstante, las distorsiones del mercado aumentan la diferencia entre el valor TSPT y COS, lo que hace que ambos valores difieran de la TI (siendo, normalmente,  $COS>TSPT$ ) (figura 5). De esta forma, ante la evaluación de un proyecto con impactos en el largo plazo, surge la necesidad de identificar cuál de las tres tasas refleja el verdadero costo de oportunidad social de los recursos en el amplio horizonte de tiempo proyectado.

Figura 5

Tasa de Descuento Social en equilibrio y sus precios de Demanda (TSPT) y Oferta (COS)



Fuente: Elaboración propia

<sup>10</sup> Ázqueta, 2007 expone que cuando la Tasa de ahorro es óptima, la tasa a la que desearían intercambiar un menor consumo hoy por un mayor ahorro mañana es la tasa a la que se está convirtiendo de hecho la inversión hoy en un mayor consumo de mañana, de acuerdo con la rentabilidad social de esta inversión y con la productividad marginal del capital.

Frente al anterior cuestionamiento, Campos et al, 2015 plantea que, si el proyecto está financiado con los ahorros de los consumidores, la TSD debería ser la TSPT. Por el contrario, si el proyecto se financia con fondos privados, la TSD debería usar como medida la tasa COS. Desde una perspectiva antrópica, y sin incluir la inversión privada, los fondos de financiación de los proyectos que usan los Recursos Naturales (RN) equivalen a la valoración de los Servicios Ecosistémicos (SSEE) provistos por un RN dentro de las comunidades impactadas. De esta forma, se plantea que para el cálculo de TSD es posible analizar la provisión de un RN como: (1) un Capital Natural de Inversión (CI) disponible por un ente privado; (2) un ahorro (S) por cuenta de los consumidores o (3), una combinación de (1) y (2).

La opción (1) recomienda que la estimación de la TSD se realice usando la metodología COS, la cual evalúa el costo de oportunidad de la inversión en un proyecto social como la rentabilidad dejada de percibir por la misma inversión en un mercado privado de capitales, libre de distorsiones (Baumol, 1968). Una de las principales limitaciones para incorporar esta metodología en proyectos con impactos en el mediano y largo plazo (>20 años) radica en que en Colombia no hay mercados de capitales con horizontes de tiempo comparables, ya que la temporalidad prevista para las tasas de retorno ofrecida en estos mercados normalmente está dada en el corto plazo (Banco de la República, 2018). Un caso puntual aparece en las vigencias de los Títulos de Deuda Pública Doméstica (TES) emitidos por el Gobierno colombiano y administrados por el Banco de la República, cuyo plazo de maduración<sup>11</sup> no sobrepasa generalmente los 10 años.

Otra de las posibles restricciones que puede generar el cálculo de la TSD bajo la metodología COS, radica en establecer un consenso social de la valoración inicial<sup>12</sup> del “capital natural” disponible para inversión. Como es conocido en la literatura económica, algunos RN y SSEE son bienes no mercadeables, por lo que su valoración depende de la Disponibilidad a Pagar o la Disponibilidad a Recibir de las comunidades afectadas. Ante este planteamiento Feldstein, 1964, señala la dificultad de encontrar un consenso entre las preferencias individuales y sociales, más aún cuando se trabaja con recursos de uso común y/o bienes públicos cuyos incentivos privados pueden ocasionar que la maximización del bienestar individual conlleve una reducción del bienestar social (Hardin, 1968).

---

<sup>11</sup> “El plazo de maduración (term to maturity) es el número de años en los cuales el emisor del bono promete realizar los pagos pactados, incluyendo el correspondiente capital al principal. De esta manera, el plazo de maduración identifica la fecha en la cual desaparecen las obligaciones del emisor” (Arango, 2001)

<sup>12</sup> Se usa el término *valoración inicial* para referirse al cambio incremental o diferencia de la situación con proyecto y sin proyecto.

La opción (3), teóricamente atractiva para la estimación de TSD, tiene dos metodologías para su desarrollo: a) Evaluación Ponderada Promedio (EPP) o “Weighted average approach” y b) Precio Sombra del Capital (PSC). La EPP presenta los mismos inconvenientes de la opción (2), ya que su cálculo implica estimar tanto el valor perdido por la posibilidad de un consumo (TSPT), como el valor perdido por la posibilidad de invertir en un mercado de capitales (COS). Adicionalmente, otra de las posibles divergencias en términos de consenso social puede presentarse en la diferenciación de RN visto como ahorro (para posterior consumo) o como inversión, ya que un RN puede proveer los dos servicios al mismo tiempo. Ázqueta et al, 2007, señala que cuando un proyecto transforma un bosque tropical en terreno agrícola se sacrifica tanto consumo como inversión, y lo expone de la siguiente forma:

- “Por un lado, se pierde un activo que las personas valoraban, ya que formaba parte de su función de producción de utilidad, proporcionándoles un flujo de servicios recreativos de consumo. Por otro, se pierde tanto un depósito de carbono atmosférico, como un «secuestrador activo» del mismo, por lo que pierde una inversión”.

Entonces, aunque es claro que el proyecto usaría capital de los fondos de ahorro e inversión, no lo es su proporcionalidad. Por ende, frente a esta incertidumbre que se refuerza con el limitado conocimiento de los impactos ambientales en el largo plazo, se considera que la metodología EPP propuesta por Harberger, 1972 y otros autores, puede generar algunos sesgos en proyectos de largo plazo.

En el mismo sentido, la metodología b de Precio Sombra del Capital (PSC) o precio cuenta de inversión propuesta por Feldstein et al, 1972, muestra algunas discrepancias para adaptarla al cálculo de TSD en Colombia, ya que su teoría no solo requiere estimar los valores de TSPT y COS, sino además encontrar un precio sombra del capital (PSC) para cada proyecto de inversión de acuerdo con su temporalidad (Harberger and Jerkins (2002)), lo cual en términos prácticos demanda una gran cantidad de información y puede presentar confusiones para su aplicabilidad dentro de los decisores de política pública (Zhuang, 2007).

La opción (2) plantea abordar el cálculo TSD como un ahorro por cuenta de los consumidores, los cuales sopesan no solo su bienestar sino el de sus herederos. Tal y como expone (Zhuang, 2007), en la evaluación de proyectos intra-generacionales, en la que se busca la asignación de recursos escasos entre los individuos de una misma generación, el cálculo de TSD puede ser sustentado bajo un enfoque de eficiencia con COS. Por el contrario, cuando se evalúan

proyectos intergeneracionales<sup>13</sup> en los que se comparan el bienestar de las generaciones presentes y futuras, el enfoque de eficiencia requiere de un concepto adicional de sostenibilidad, mediante el cual se consideren los valores de legado de la sociedad actual con sus herederos. Así, el dilema de encontrar una TSD radicaría en elegir una tasa de consumo de los RN, en la cual se tendría que sopesar la utilidad generada por consumir una unidad más en el presente, con el sacrificio de ahorrar una unidad menos, para consumir en un futuro de largo plazo (Ramsey, 1928)<sup>14</sup>.

Según (López, 2008) la justificación de utilizar *TSPT* puede surgir de dos argumentos. El primero expresa que frente a la posibilidad de que un individuo fallezca, él puede preferir consumir \$1 hoy y no en 50 años. El segundo expresa que suponiendo que el individuo tenga mejores ingresos en 50 años y que su utilidad marginal de consumo decrezca a medida que aumenta su ingreso, no sería eficiente adoptar una visión igualitaria que valore de igual forma \$1 de hoy con \$1 en el futuro.

Frente a las anteriores premisas, y al contemplar la utilización de los RN en el mediano y largo plazo —un dilema prioritario del consumidor— este documento utiliza la *TSPT* para calcular la TAD de proyectos con impactos ambientales, los cuales afectan principalmente la disponibilidad de los SSEE de las comunidades impactadas por la intervención.

### 2.3. Tasa Social de Preferencias Temporales

Según Ramsey (1929), un hogar o un individuo escoge el consumo de tal forma que su *TSPT* o tasa de ahorro ( $r$ ) sea igual a la tasa pura de preferencias ( $\rho$ ) más la elasticidad de la utilidad marginal del consumo ( $\theta$ ), multiplicado por crecimiento del consumo per cápita ( $g$ ) (Ramsey, 1928). Cabe aclarar que  $\rho$  refleja las consideraciones intergeneracionales de una sociedad, mientras que el producto  $\theta g$  muestra las consideraciones que tiene la misma población para la asignación de recursos de forma intra-generacional. La ecuación 4 resume el planteamiento:

$$r = \rho + \theta g \quad (4)$$

#### 2.3.1 Tasa Pura de Preferencias ( $\rho$ ).

Aunque Ramsey supone un valor de cero para este parámetro, otros autores proponen que la tasa pura de preferencias ( $\rho$ ) es conceptualmente soportada bajo dos componentes; uno relacionado con la impaciencia de los individuos para sobreponer el consumo presente sobre el

---

<sup>13</sup> Es importante anotar que en el caso de proyectos con impactos intergeneracionales el dilema de la inversión no solo se traduce en escoger la mejor alternativa en valor presente, sino además en elegir en qué momento del tiempo debe ser incorporado, previendo equidad.

<sup>14</sup> En realidad, este es el juicio de valor implícito en este documento para estimar la tasa de descuento.

consumo futuro, y el otro componente debido al riesgo de muerte o de extinción humana. Un valor de ( $\rho$ ) cercano a 0 indica una relación ahorro/inversión de 50% o 100%. En otras palabras, este valor implica que las generaciones presentes redujeran en más de un 50% su consumo, aun aquellas con Necesidades Básicas Insatisfechas (NBI), por lo que en un país en desarrollo como Colombia con una población con NBI mayor 30% la propuesta de  $\rho$  cercano a 0 podría afectar las metas de algunos de los Objetivos de Desarrollo del Milenio (Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo, 2015).

### 2.3.2. Elasticidad de la utilidad marginal del consumo ( $\theta$ ).

Suponiendo que la tasa de cambio de la utilidad marginal es decreciente  $u''(c) < 0$ , y estableciendo que el consumo de un individuo crece con el tiempo y de la misma forma lo hace su utilidad  $u'(c) > 0$ , es posible plantear un valor relativo que mida la variación de la utilidad marginal en relación con las variaciones porcentuales del consumo. Esta expresión se conoce como la elasticidad de la utilidad marginal del consumo ( $\theta$ ) y/o elasticidad de la utilidad marginal del ingreso; los principales métodos para el cálculo de  $\theta$  se basan en medir aversión al riesgo<sup>15</sup> y/o la aversión a la inequidad de ingresos<sup>16</sup> por medio de encuestas y decisiones gubernamentales (preferencias reveladas).

Según expone Castro en 2017 en su cálculo de TSD para Bolivia, es importante mencionar que —según Evans y Kula (2011)— el cálculo de la elasticidad de la utilidad marginal del consumo se puede determinar con diferentes métodos:

- *“La derivación de  $\theta$  a partir de la estimación de la elasticidad del ingreso y las elasticidades precio de la demanda compensada para los bienes o grupos de bienes, ejemplo, los alimentos, como se expone en la ecuación 5.*

$$\theta = \frac{y \times (1 - w \times y)}{c} \quad (5)$$

Donde  $\theta$  es la elasticidad ingreso de la demanda,  $c$  es la elasticidad precio de la demanda por el grupo de bienes (ejemplo alimentos) y  $w$  es la participación en el presupuesto del bien o grupo de bienes.

<sup>15</sup> La aversión al riesgo mide la disposición de un individuo por aceptar una negociación de un pago incierto en lugar de otro pago de menor cuantía, pero con mayor certeza.

<sup>16</sup> La aversión a la inequidad mide la tolerancia de un individuo a la inequidad de los ingresos. La aversión al riesgo y a la inequidad están relacionadas con la elasticidad de la utilidad marginal del consumo.

- La derivación de  $\theta$  a partir del comportamiento intertemporal del consumo, siendo  $\gamma$  el recíproco de la elasticidad de sustitución intertemporal del consumo, la cual se expresa en la ecuación 6.

$$\theta = \frac{1}{\frac{d \ln C_t}{d \ln(1 + r_t)}} \quad (6)$$

Donde  $C$  es el consumo y  $r$  la tasa de interés en el periodo  $t$ .

- La estimación de  $\theta$  a partir de valores sociales revelados sobre medidas de política, por ejemplo, las tasas de tributación respecto al ingreso. La fórmula para  $\theta$  basada en las tasas de tributación, usando funciones de utilidad con preferencias isoelásticas se expresa en la ecuación 7.

$$\theta = \frac{\ln \left[ 1 - \frac{dT(Y)}{dy} \right]}{\ln \left[ 1 - \frac{T(Y)}{Y} \right]} \quad (7)$$

Donde  $\frac{dT(Y)}{dy}$  es la tasa marginal de tributación respecto al ingreso,  $T$  es el valor del impuesto y  $Y$  es el ingreso gravable. Esta aproximación fue usada por López (2008)".

### 2.3.3. Tasa de Crecimiento del consumo per cápita ( $g$ ).

Otra de las variables necesarias para estimar la TSPT es la tasa de crecimiento esperada del consumo. Evans, 2004, basa sus cálculos de crecimiento en proyecciones de consumo de tasas de crecimiento del PIB per cápita históricas<sup>17</sup> (Evans D. S., 2004). Castro en el 2017 utiliza tres (3) alternativas como *proxys* de tasa de crecimiento del consumo ( $g$ ) para Bolivia: (1) la tasa de crecimiento del consumo per cápita, (2) la tasa de crecimiento del PIB per cápita; y (3) la tasa de crecimiento de la remuneración de los asalariados (Castro, Moreno, & Rueda, 2017).

### 2.4. Tasa Social de Descuento decreciente (descuento Gamma)

Uno de los principales factores en la evaluación de proyectos con impactos ambientales es la larga temporalidad de sus impactos, los cuales pueden trascender por generaciones. Normalmente, en las evaluaciones ACB de los proyectos de inversión se usan tasas constantes,

---

<sup>17</sup> . Según las estimaciones del Departamento Nacional de Planeación (DNP) en la década 2020-2030 se espera un crecimiento del PIB cercano al 4%. Este crecimiento calculado bajo el modelo de Solow viene encaminado con una serie de supuestos que incorporan el crecimiento verde, en donde se optimiza el uso de los recursos naturales (Departamento Nacional de Planeación, 2017). Otros datos históricos de la tasa de crecimiento del PIB per cápita de Colombia provistos por el BM para el periodo 1961-2017 muestran una cifra promedio que redondea 2.2%. Vale la pena mencionar que se incluyen los datos de crecimiento negativo de los años 1963, 1965, 1975, 1981 1982, 1983, 1998 y 1999, cuya cifra reportó el menor valor histórico: -5.6%.

cuya función expresa un descuento exponencial invariable en el tiempo en una forma reducida, como se indicó previamente en la ecuación de factor de reducción (8).

$$\delta^{-t} = e^{-r_j t} \quad (8)$$

Donde  $r$  es la tasa de descuento y  $t$  es el tiempo. Según este primer supuesto, y con base en evidencia empírica, Wietsman plantea otro en el cual la función de densidad de probabilidad  $f(r)$  de la variable aleatoria  $r$  se distribuye de forma *Gamma*, por lo que espera un descuento hiperbólico conforme avanza el tiempo (Weitzman, 2001). El autor resume los dos supuestos en que a pesar de que cada individuo realiza una aproximación exponencial constante de la tasa de descuento, los datos agregados de una sociedad tienen una distribución decreciente en el tiempo (función *Gamma*) (Weitzman, 2001). La ecuación 9 muestra su forma general:

$$f(r) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} r^{\alpha-1} e^{-\beta r} \quad (9)$$

Donde  $\alpha$  y  $\beta$  son parámetros positivos calculados a partir de los datos. Dados los anteriores supuestos se plantea el cálculo de la tasa efectiva de descuento decreciente en el tiempo, para resaltar que lo agregado con la integral no son las tasas de descuento de los individuos sino sus funciones de descuento. Correa en el 2017 ejemplifica esta diferencia en su documento para Colombia con el siguiente caso, tomado de Edwards (2002): “supóngase que dos individuos racionales, ambos con información completa, consideran que la tasa de descuento debe ser 8% y 12%, respectivamente. Ahora, si se determina que se van a ponderar ambas posiciones de igual manera, entonces un dólar en el año 10 equivaldría, en términos de valor presente a:

$$0.5 * \frac{1}{(1+0.08)^{10}} + 0.5 * \frac{1}{(1+0.12)^{10}} = 0.39; \text{ no obstante, este valor es diferente cuando se promedian}$$

las tasas:  $\frac{1}{(1+0.1)^{10}} = 0.38$ . Puede observarse que cuando se promedian las tasas individuales da como resultado un factor agregado menor con respecto a la alternativa de ponderar las funciones de descuento”. Lo anterior también indica que cuando se ponderan las funciones de descuento se obtiene una tasa efectiva de descuento menor a la que se obtiene cuando se promedian las tasas de descuento, cuyos valores para el ejemplo pasado fueron de 9.8% y 10% respectivamente.

Si los dos individuos realizan los mismos descuentos pero con un horizonte de tiempo a 100 años, ocurre que mientras la tasa promedio se mantuvo en 10%, la tasa efectiva de descuento para la ponderación de los factores disminuyó de 9.8% al 8.72%, mostrando que “si bien puede haber personas que no consideren tasas decrecientes en tiempo, cuando se agregan en el amplio rango de opiniones de los encuestados siempre habrá lugar al descuento temporal decreciente en

sociedad” (Correa, 2008). Campos resume este supuesto como: la incertidumbre sobre qué tasa usar, no un tipo de interés incierto, lo que fluctúa con el tiempo (Campos J. S.-A., 2015). La ecuación (10) expresa los supuestos.

$$r(t) = \frac{\mu}{1 + \frac{t\sigma^2}{\mu}} \quad (10)$$

En donde  $(\mu)$  y  $(\sigma^2)$  corresponden a la media y la varianza respectivamente de los datos calculados para un tiempo  $t$  (año). En el 2001, Weitzman en su documento previamente citado realizó una encuesta a 2.100 doctores en economía en todo el mundo, en la cual a cada uno preguntó: ¿cuál es la tasa de interés que debería usarse para el descuento de los beneficios y costos de los proyectos encaminados a mitigar los posibles efectos del cambio climático? Los resultados encontrados muestran una media de  $\mu = 3.96\%$  y una desviación estándar de  $\sigma = 2.94\%$  (Weitzman, 2001).

En una aplicación para Colombia en el 2008, Correa utilizó la metodología de Weitzman y les preguntó a 54 economistas que trabajan en universidades nacionales cuál debería ser su tasa de descuento ideal para proyectos que mitiguen el cambio climático (Correa, 2008). Los resultados arrojaron para proyectos con horizontes de tiempo inferiores a 5 años una media de 10.7% y una desviación de 5.45%, valores notablemente superiores a los encontrados por Weitzman.

La tabla 2 resume los valores encontrados por Correa y Weitzman. *Tabla 2*

*Tasa de descuento efectiva Correa y Weitzman*

Horizonte de evaluación en años	Tasa Descuento % Correa Colombia	Tasa Descuento % Weitzman E.U.
0	10,76	3,96
5	9,45	3,57
10	8,43	3,25
15	7,65	2,98
30	5,89	2,39
50	4,52	1,89
75	3,51	1,5
100	2,86	1,24
150	2,09	0,93

Fuente: (Weitzman, 2001) y (Correa, 2008)

### 3. Metodología y datos

La metodología para la estimación anual de la TAD para Colombia en el periodo 2001-2016<sup>18</sup> incorpora el valor de Tasa Social de Preferencias de Tiempo TSPT como valor aproximado de TAD (Ramsey, 1928). La ecuación 11 resume la propuesta Ramsey; es utilizada en el presente documento y su derivación se muestra en el Apéndice A:

$$r_t = \rho_t + \theta_t g_t \quad (11)$$

En donde ( $r_t$ ) corresponde a la TSPT para el año  $t$ , ( $\rho_t$ ) es la tasa pura de preferencias temporal, ( $\theta_t$ ) la elasticidad de la utilidad marginal del consumo y ( $g_t$ ) la tasa de crecimiento del consumo per cápita.

A partir de los valores anuales calculados para ( $r_t$ ), y según las cifras de Tasa de Descuento Decreciente encontradas por Correa para Colombia, este artículo supone que la TSPT registra una distribución decreciente en el tiempo  $r(t)$  con forma funcional Gamma, por lo que se calculan tasas anuales para un horizonte de tiempo de los impactos de un proyecto de 200 años (ver ecuación 12). Los resultados se resumen en las tasas promedio de los años, de acuerdo con el siguiente esquema: 1-10 años corto plazo, 11-20 años mediano plazo y 21 años en adelante en el largo plazo. El esquema de tiempos seleccionado se realizó con base en el horizonte de vida del proyecto (hvP) reportado en una muestra de 300 licencias analizadas por la Autoridad Nacional de Licencias Ambientales (ANLA), en donde se encontró que el 37% corresponde a proyectos con (hvP) menor a 10 años, el 35% entre 11 y 20 años y el 28% mayor o igual a 21 años (Castro, Casallas, Villamil, & Garcia, 2018).

$$r(t) = \frac{\mu}{1 + \frac{t\sigma^2}{\mu}} \quad (12)$$

En donde ( $\mu$ ) y ( $\sigma$ ) corresponden a la media y la desviación estándar respectivamente de los datos calculados para el periodo 2001-2016.

#### 3.1. Tasa Pura de Preferencias ( $\rho_t$ )

Siguiendo las recomendaciones de Pearce y Ulph 1999, en este documento se usa el promedio de la tasa de mortalidad de Colombia periodo 2001-2016 reportada por el Banco Mundial (BM), cuyo valor indica la cantidad de muertes en un año por cada 1.000 habitantes (Ulph, 1999). La tasa de mortalidad refleja la probabilidad de que un individuo no sobreviva de un periodo a otro,

---

<sup>18</sup> No se incluyen datos del 2017 debido a que no se cuenta con información de la tasa efectiva de tributación para este año (Delgado, 2018).

por lo que en términos prácticos su valor se asocia con la tasa pura de preferencia de un individuo por el consumo presente, ya que ante la probabilidad de no poder consumir en el futuro se hace más valioso el consumo actual. (Islam, Optimum growth Theory and Social Time Preferences: A computerised Mathematical Modelling Exercise to Choose a Social Discount Rate, 2002).

La Tasa de Mortalidad anual (TM) y la Tasa de Natalidad de Colombia desde 2001 hasta 2016 en porcentaje, según las cifras reportadas por el Banco Mundial, redondean el valor de 0.57% y 1.9% respectivamente. Cabe recordar que la TM se asocia en este documento con la tasa pura de preferencias y, puesto que TM se ve afectada por TN en cuanto a la distribución de la edad o pirámide poblacional, se considera prudente mostrar TN para el análisis. En el periodo analizado el valor TM se divide en dos momentos (1) 2001-2006 y (2) 2007-2016. En el momento (1) se nota una leve reducción de la TM soportada por una alta Tasa de Natalidad (TN). El momento (2) se caracteriza por un aumento de la TM respecto a la tasa de 2006 y una constante disminución de la TN, lo cual arroja como resultado una población con mayor edad, cifra que influye en un cambio del patrón de las causas de defunción.

### **3.2. Tasa de Crecimiento del consumo per cápita ( $g_t$ )**

En este documento no se trabaja con las tasas de crecimiento del PIB per cápita históricas debido a que su método actual de medición no incluye la depreciación del capital natural ni las deducciones por el agotamiento y deterioro de los recursos naturales, por lo que su valor probablemente sobrestima las tasas de crecimiento reportadas<sup>19</sup>. Entonces la variable seleccionada para la presente estimación utiliza el crecimiento anual porcentual del Gasto de Consumo Final de los hogares per cápita (GCFpp), cuyo valor teóricamente no debería sobrestimar el crecimiento del consumo.

El valor de GCFpp se calcula utilizando el gasto de consumo final de los hogares a precios constantes del año 2005, al igual que las estimaciones de población del Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE). El gasto de consumo final de los hogares (consumo privado) es el valor de mercado de todos los bienes y servicios, incluidos los productos durables comprados por los hogares. Queda excluida la compra de viviendas, pero englobada la

---

<sup>19</sup> Según el DNP: “Estimaciones del Banco Mundial (2015) indican que los costos asociados a daños ambientales para Colombia ascendieron a casi US\$ 7000 millones, incluyendo costos por contaminación del aire en zonas urbanas, falta de agua de calidad y saneamiento, contaminación de aire intramural, emisiones de GEI por uso de combustibles fósiles y por cambios en los usos del suelo, y deforestación neta. Hubo un aumento considerable respecto a la medición realizada en 2002, en la cual se registraron US\$ 4900 millones”. (Departamento Nacional de Planeación, 2017).

renta imputada de las viviendas ocupadas por sus propietarios, al igual que los montos y aranceles pagados a los gobiernos para obtener permisos y licencias.

Es prudente mencionar que en el periodo 2001-2016 Colombia reportó un crecimiento anual porcentual del Gasto de Consumo Final de los hogares per cápita (GCFpp) de 2.55%. No obstante, estos valores incluyen una tasa negativa de crecimiento en el año 2009, así que resulta prudente considerar que su uso incumple con uno de los principales supuestos de la metodología Tasa Social de Preferencias Temporales (TSPT), que enuncia explícitamente una tasa de crecimiento de consumo positiva.<sup>20</sup> Por lo anterior, en este documento no se considera el valor del 2009 y, para ser consecuente con la metodología propuesta, el cálculo de TSPT promedio se formula con los valores agregados del 2001-2008 y del 2010 al 2016.

### 3.3. Elasticidad de la utilidad marginal del consumo ( $\theta_t$ )

Este artículo utiliza la metodología de (Evans D. S., 2004; Stern, 2006; Evans D. , 2005) planteada en el documento de (López, 2008), en la cual se asume que la estructura de impuestos de un país refleja un principio de igualdad, en donde la utilidad de consumir una unidad adicional de dinero sea igual al sacrificio de pagar una unidad adicional de impuesto.

Ázqueta en el 2007 ilustra esta igualdad, en la cual el sacrificio de una persona A que gana \$1000 y que paga \$30 de impuesto al año puede ser equivalente al sacrificio de una persona B que gana \$10.000 y paga \$2.000. Esta misma situación puede ser vista desde la utilidad en la cual el bienestar de un ingreso adicional de \$30 en una persona A con un salario de \$1.000 es equivalente al bienestar de un ingreso adicional de \$2000 en persona B que gana \$10.000 anuales (Azqueta, 2007).

Así, la aversión a la inequidad en una sociedad  $\theta$  estaría dada no en función de la cantidad de impuestos que pagan las personas, sino en función del sacrificio o des-utilidad que le representa a cada una de ellas hacerlo.

Asumiendo una elasticidad constante e introduciendo una función iso-elástica de utilidad del ingreso con aversión relativa al riesgo constante CRRA (por sus siglas en inglés) y derivando se obtiene un valor *proxy* de elasticidad de la utilidad marginal del ingreso, la cual está en función de la tasa marginal de tributación respecto al ingreso  $\frac{dT(Y)}{dy}$ ; y  $T(Y)$  que es la proporción del

---

<sup>20</sup> Para el cálculo de TSPT en crecimientos negativos Islam (2002) propone un modelo de Tasa Social Contable de Interés en el que se incluyen al modelo TSPT variables como el valor social de ingreso público, el valor de la propensión marginal del ahorro y el producto marginal del capital.

impuesto respecto a el ingreso gravable  $Y$ . En la ecuación 13 se resume la metodología del cálculo cuya derivación matemática propuesta se muestra en el Apéndice B.

$$\theta_t = \frac{\ln\left[1 + \frac{dT(Y)}{dy}\right]}{\ln\left[1 - \frac{T(Y)}{Y}\right]} \quad (13)$$

Según lo indicado, la *elasticidad de la utilidad marginal del consumo* ( $\theta$ ) o *coeficiente relativo de aversión al riesgo-inequidad* se define como el cociente entre dos logaritmos, en donde el numerador contiene el término de la tasa marginal de tributación y el denominador su tasa promedio.

La carga tributaria de un país y sus respectivas tasas marginal y promedio pueden ser evaluadas a partir de tres *causas* generadoras de gasto: (1) el consumo, y los ingresos de los factores de producción, (2) trabajo y (3) capital (Delgado, 2018). Siendo consecuente con la metodología del cálculo de TSPT en la cual se plantea el uso de los recursos naturales como un dilema prioritario del consumidor, el cálculo de  $\theta$  debería usar valores de las tasas marginales y promedio tributarias de consumo. Sin embargo, una de las principales limitantes para desarrollar este procedimiento radica en la disponibilidad de información de ambas tasas ya que, según lo expuesto, los dos valores surgen de la misma función de utilidad. En consecuencia, si se evalúa la tasa promedio de consumo  $\frac{T(Y)}{Y}$  se tendría que evaluar su análoga tasa marginal de consumo  $\frac{dT(Y)}{dy}$  y no la del trabajo o capital.

La literatura consultada en este documento no evidenció ninguna estimación de la tasa marginal de tributación de consumo actualizada en el nuevo milenio. Por el contrario, en el 2007 la oficina de estudios económicos de la Dirección de Impuestos y Aduanas Nacionales de Colombia (DIAN) realizó una estimación de la tasa marginal de tributación  $\frac{dT(Y)}{dy}$  para el capital de las empresas en Colombia (Ávila, Javier. León Ivonne, 2008). Asimismo, en el 2018 Rincón y Delgado en un documento del Banco de la República estimaron la Tasa Efectiva promedio de tributación de las Sociedades<sup>21</sup>  $\frac{T(Y)}{Y}$  para el periodo 1996-2016 (Delgado, 2018). De esta forma y frente a las limitaciones expuestas con las tasas de consumo, en este documento se calcula la elasticidad marginal del consumo utilizando las tasas efectivas promedio y marginales de las empresas, calculadas en los documentos previamente citados<sup>22</sup>.

<sup>21</sup> En el documento enunciado se realizó una estimación diferencial para las tasas efectivas promedio de tributación del consumo, el trabajo y el capital. Respecto al capital, establece diferencias entre hogares y sociedad.

<sup>22</sup> “En el caso del capital de las empresas, la diferencia principal entre la tasa marginal y promedio radica en que la tasa marginal del capital se define como el impuesto que se esperaría pagar, con relación a las utilidades marginales esperadas (King and Fullerton,

### 3.3.1. Tasa marginal de Tributación $\frac{dT(Y)}{dy}$ .

La tasa marginal de tributación  $\frac{dT(Y)}{dY}$  debe indicar cómo cambia la tasa efectiva de tributación ante el cambio de una unidad adicional del ingreso. En este artículo se utilizan como *proxy* de  $\frac{dT(Y)}{dY}$  los valores de las tarifas efectivas marginales calculadas por Ávila y León (2008) para el régimen tributario de las empresas expuestas en la Ley 863 de 2003 y la Ley 1111 de 2006<sup>23</sup>. Cabe mencionar que dentro de las principales cargas tributarias analizadas en el estudio de Ávila & León para la DIAN en el 2008, se encuentra el impuesto de renta, el impuesto al patrimonio, el IVA, los aranceles, el gravamen a los movimientos financieros, el impuesto predial y el impuesto de industria y comercio (Ávila, Javier. León Ivonne, 2008). Así, las  $\frac{dT(Y)}{dY}$  calculadas con enfoque *tributarista* involucran la carga tributaria sobre los retornos esperados en las inversiones, según la normatividad vigente. En el documento citado se define con la metodología de Fullerton<sup>24</sup>,  $\frac{dT(Y)}{dY}$  como el cociente entre la diferencia del Retorno bruto esperado ( $R_b$ ) menos el Retorno Neto  $R_n$  dividido en el  $R_b$ . La ecuación 14 muestra la igualdad:

$$\frac{dT(Y)}{dy} = \frac{R_b - R_n}{R_b} \quad (14)$$

Asimismo, el  $R_b$  se define como la tasa de retorno bruta depreciada, cuyo valor garantiza el equilibrio entre el costo de adquisición de un activo y el valor presente de sus utilidades netas de impuestos. El Retorno Neto  $R_n$  es la suma del retorno neto percibido por los acreedores del impuesto de renta, más los dividendos pagados a los accionistas<sup>25</sup>.

---

1984). En el caso de la tasa promedio, su cálculo se refiere al recaudo con relación a la capacidad gravable o base gravable potencial del capital” Rincón & Delgado, 2018.

<sup>23</sup> Respecto al cálculo de la elasticidad de la utilidad marginal del consumo ( $\theta$ ) se indica que por un lado los datos evaluados entre 2001 y 2006 fueron calculados con el valor reportado por Ávila y León en el 2008 de *tmt para la Ley 863 de 2003*. Por otro lado, para el cálculo de  $\theta$  en el periodo 2007-2016 se usó el valor reportado en el mismo documento de *tmt para la Ley 1111 de 2006*

<sup>24</sup> El principal supuesto de la metodología de cálculo del Fullerton radica en que el costo de adquisición del capital es igual al valor de las utilidades del proyecto netas de impuestos (Ávila, Javier. León Ivonne, 2008)

<sup>25</sup> Es de notar que para cálculo del valor presente retorno bruto esperado de un proyecto se introduce además de la tasa de depreciación (ajustada por la inflación proyectada) una tasa nominal de descuento de la firma, la cual pondera los retornos nominales netos de impuesto requeridos por las fuentes de financiación. Esta tasa se calcula bajo la metodóloga de Costo de Oportunidad Social del Capital (COS), lo cual puede generar algunas distorsiones en el cálculo de TAD bajo la metodología escogida en este documento TSPT, ya que como bien se mencionó anteriormente COS>TSPT (figura 5). Sin embargo, dada la limitación de la disponibilidad la información expuesta previamente, relacionada con el cálculo de tasas marginales de tributación enfocadas en el consumo, en este análisis se usa el valor encontrado de las empresas.

### 3.3.2. Tasa Efectiva promedio de tributación $\frac{T(Y)}{Y}$ .

Rincón y Delgado en un informe del Banco de la República del 2018<sup>26</sup> definen la tasa efectiva promedio de tributación  $\frac{T(Y)}{Y}$  como la relación entre el recaudo de un impuesto  $i$  y su base gravable potencial, base que no tiene en cuenta los beneficios tributarios otorgados por la elusión y la evasión (Delgado, 2018). Esta tasa posibilita medir la distribución de la carga tributaria entre los factores de producción como el capital y el trabajo, pero no entre los distintos niveles de ingreso de los contribuyentes

Este documento utiliza los valores de las Tasas Efectivas promedio de tributación neta de las empresas (sociedades) calculada para el periodo 2001-2016 por (Delgado, 2018) como *proxy* de la tasa efectiva promedio  $\frac{T(Y)}{Y}$  requerida en el cálculo de  $\theta$ . Cabe anotar que la principal razón de la escogencia del periodo de tiempo 1994-2016 analizado en este documento para TAD radica en el rango de datos disponibles de  $\frac{T(Y)}{Y}$ . Por esta razón, la  $\frac{T(Y)}{Y}$  se define en la ecuación 15 como:

$$\frac{T(Y)}{Y}_t = \frac{ICIS+IVAK}{EBES-DS} \quad (15)$$

Para explicar el procedimiento de cálculo con enfoque *económico*, Rincón y Delgado indican que el numerador lo conforman los impuestos corrientes sobre la riqueza pagados por las sociedades (*ICIS*), más el monto respectivo de IVA pagado en sus compras de bienes de inversión (*IVAKS*). Y que el denominador o base gravable del impuesto son los excedentes brutos de explotación de las sociedades (*EBES*) menos las depreciaciones imputadas al capital fijo de las sociedades (*DS*). Se debe advertir que el cálculo de la Tasa Efectiva promedio de tributación bruta lo componen los mismos términos enunciados en la ecuación 12, pero no se resta la depreciación.

Los datos calculados reflejan una  $\frac{T(Y)}{Y}$  neta promedio en el periodo 2001-2016 de 25.03% con un valor máximo de 32.2%, y un mínimo de 19.8% calculados en el 2015 y 2001 respectivamente. En el mismo sentido se observa una tendencia de crecimiento positivo que indica que desde el 2001 se aumenta anualmente casi en una unidad la contribución tributaria promedio de las sociedades. Estos valores están principalmente soportados con impuestos como IVA 16%, el impuesto sobre la renta 25%, el impuesto “contribución de renta para la equidad” CREE del 9%

<sup>26</sup> Es prudente precisar que para la validez del uso de una  $\frac{T(Y)}{Y}$  basada en los agregados macroeconómicos, se parte del supuesto de que se trata de un análisis de equilibrio parcial, por cuanto los impuestos sobre las empresas, el trabajo y el consumo son soportados por los propietarios del capital, los asalariados y los consumidores respectivamente; es decir, no existe traslado de impuestos.

y la sobretasa del 6% del CREE, que resulta en tasa agregada contable del 40% (Delgado, 2018). Es importante agregar que en el documento citado se encuentra que en 2016 la tasa sobre el capital de los hogares es 6,2%, mientras sobre el capital de las sociedades es 31,1%, lo que muestra las marcadas diferencias impositivas que recaen sobre las personas jurídicas y naturales.

### 3.4. Tasa de Descuento para licenciamiento Ambiental (TAD)

Retomando la ecuación 4 del cálculo de TSPT ( $r_t$ ) y según las metodologías expuestas para estimar sus parámetros, la TAD anual ( $r_t$ ) en Colombia en el periodo 2001-2016\* estará dada por: la tasa de mortalidad ( $\rho_t$ ), la tasa de crecimiento anual del Gasto de Consumo final de los hogares per cápita ( $g_t$ ) y la elasticidad de la utilidad marginal del consumo ( $\theta_t$ ), cuyo valor se calcula como el cociente del logaritmo de uno (1) menos la Tasa marginal de Tributación  $\frac{dT(Y)}{dy}$  dividido entre el logaritmo de uno (1) menos la Tasa efectiva de Tributación  $\frac{T(Y)}{Y}$ .

$$r_t = \rho_t + \frac{\ln\left[1 - \frac{dT(Y)}{dy}\right]}{\ln\left[1 - \frac{T(Y)}{Y}\right]} g_t \quad (4)$$

Finalmente, cabe recordar que  $r_t$  seguirá el supuesto de tasa de descuento decreciente con distribución Gamma.

## 4. Análisis y resultados

### 4.1. Tasa de Descuento para licenciamiento Ambiental (TAD) 2001-2016.

La tabla 3 en la columna 7 reporta los valores calculados para la Tasa de Descuento en el Licenciamiento Ambiental (TAD), según el modelo de Ramsey de Tasa Social de Preferencias Temporales (TSPT). En el mismo sentido, desde la columna 2 (Tasa Pura de Preferencias) hasta la columna 6 (Tasa crecimiento de consumo per cápita) se muestra el valor de los parámetros usados para el cálculo de la TAD.

De manera agregada, los datos de TAD muestran una tendencia decreciente a lo largo del tiempo, con una media ( $\mu$ ) de 4.88% y desviación estándar ( $\sigma$ ) de 2.82% (Figura 6). Estos datos se asimilan a las cifras reportadas por Wietzman, cuyas  $\mu$  y  $\sigma$  fueron de 3.96% y 2.94% respectivamente (Weitzman, 2001). Otra particularidad de los valores encontrados para Colombia y la literatura internacional radica en la alta volatilidad de estos, estimando un máximo de 10.47% en el 2006 y un mínimo de 0.81% en el 2001. Estos cambios son influenciados principalmente por el Gasto de Consumo final de los hogares per cápita ( $g_t$ ), y la variación de la Elasticidad de la utilidad marginal del consumo ( $\theta$ ), cuyo valor disminuyó drásticamente a partir del 2007 con el cambio de la Tasa Marginal de Tributación  $\frac{dT(Y)}{dy}$ , debido a la reforma de ley o reforma tributaria 1111 de 2006<sup>27</sup> que reemplazó al régimen tributario de la Ley 863 de 2003.

En términos generales ( $g_t$ ), la columna 6 (Tabla 3), muestra una tendencia positiva con un valor promedio de crecimiento del consumo de 2.75%. Respecto a la variabilidad ( $g_t$ ) es importante anotar que según el DANE una de las principales causas de la desaceleración en el crecimiento del gasto de los hogares se dio por el leve incremento en el consumo de Bienes No Durables (BND) y su alta participación en el total de los Bienes y Servicios (B&S) producidos, cuyas cifras promedio reportaron el 2.8% y 35% respectivamente. En contraste, las cifras DANE muestran que los mayores aumentos en la tasa de crecimiento de consumo fueron respaldos por el

---

<sup>27</sup> Según Ávila y León: “los principales cambios introducidos con la ley 1111 de 2006 y que se recogen en este trabajo a través de los parámetros considerados en la especificación de la TEM ajustada para Colombia son: i) Eliminación de los ajustes por inflación; ii) Eliminación del descuento especial en IVA por inversión en maquinaria industrial, iii) Reducción de la tarifa estatutaria del 38,5%, incluida la sobretasa, hasta un 33%; iv) Modificaciones a la deducción por inversión en activos fijos productivos; v) Plena deducibilidad del ICA y el impuesto predial; vi) Deducibilidad en renta de un punto de la tarifa del GMF; vii) Eliminación del impuesto de patrimonio para nuevas inversiones.”

\* Previamente en la metodóloga 4.2 se argumentó porque el año 2009 de crecimiento negativo del consumo no se incluye en este análisis.

gasto en Bienes Durables (BD), cuya tasa y participación en total de B&S fue del 10.4% y 4% respectivamente.

Tabla 3

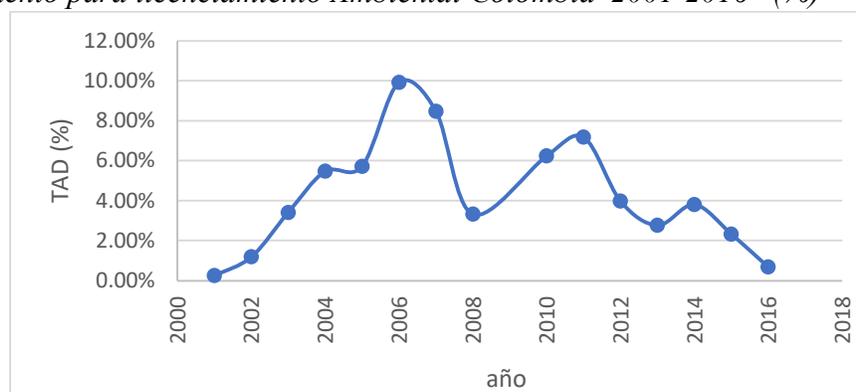
Tasa de Descuento para licenciamiento Ambiental Colombia 2001-2016\* (%)

Año (t)	Tasa pura de preferencias (Tasa de Mortalidad) $\rho_t$	Tasa marginal efectiva de Tributación $\frac{dT(Y)}{dy} \tau$	Tasa promedio de Tributación $\frac{T(Y)}{Y} \tau$	Elasticidad marginal de la Utilidad del consumo $\theta_t = \frac{\ln\left[1 - \frac{dT(Y)}{dy}\right]}{\ln\left[1 - \frac{T(Y)}{Y}\right]}$	Tasa de crecimiento del consumo per cápita (Gasto de Consumo final de los hogares per cápita) $g_t$	Tasa Descuento para Licenciamiento Ambiental (TAD) $r_t = \rho_t + \theta_t g_t$
2001	0,5616	0,414	0,198	2,423	0,102	0,81
2002	0,5596	0,414	0,220	2,151	0,551	1,74
2003	0,5581	0,414	0,215	2,208	1,544	3,97
2004	0,5570	0,414	0,215	2,208	2,476	6,03
2005	0,5565	0,414	0,223	2,119	2,699	6,27
2006	0,5567	0,414	0,240	1,948	5,092	10,47
2007	0,5578	0,329	0,245	1,420	5,964	9,03
2008	0,5598	0,329	0,240	1,455	2,280	3,88
2010	0,5665	0,329	0,218	1,623	3,845	6,81
2011	0,5711	0,329	0,237	1,476	4,862	7,75
2012	0,5762	0,329	0,284	1,195	3,327	4,55
2013	0,5818	0,329	0,291	1,161	2,383	3,35
2014	0,5878	0,329	0,292	1,156	3,289	4,39
2015	0,5942	0,329	0,322	1,027	2,265	2,92
2016	0,6009	0,329	0,311	1,072	0,632	1,28

Fuente: Cálculos propios con datos de BM, DANE, (Ávila, Javier. León Ivonne, 2008) y (Delgado, 2018)

Figura 6

Tasa de Descuento para licenciamiento Ambiental Colombia 2001-2016\* (%)



Fuente: Cálculos propios con datos de BM, DANE, (Ávila, Javier. León Ivonne, 2008) y (Delgado, 2018)

Las cifras calculadas en la columna 5 de la tabla 3 muestran como tendencialmente, a lo largo del tiempo, la Elasticidad de la Utilidad Marginal del Consumo  $\theta$  decreció conforme se

igualaron más las cargas tributarias de las sociedades<sup>28</sup>, cuyo valor promedio fue de 1.64. Así, es posible sugerir que en Colombia cada vez es menor la tasa a la cual la tributación marginal del ingreso decrece por cada aumento porcentual de la base gravable. De acuerdo con la evidencia internacional, los valores  $\theta$  reportados en este documento soportan las cifras estimadas para nueve países latinoamericanos en los que se incluye Colombia, cuyos rangos oscilaron entre 1.1 y 1.9 (López, 2008). Asimismo, las estimaciones concuerdan con las cifras encontradas para 20 países OCDE cuyos límites de  $\theta$  fluctuaron entre 1.79 y 1.00 (Evans D. , 2005).

Respecto a la volatilidad de  $\theta$ , resulta evidente que gran parte de esta se da como consecuencia de la reforma tributaria del 2006, en la cual, la Tasa Marginal de Tributación ( $\frac{dT(Y)}{dy}$ ) de las empresas disminuyó notablemente pasando de 41.4% a 32.9% (columna 3 tabla 3). Vale la pena anotar que a pesar de la disminución promedio en ninguno de los regímenes de las leyes se confirmó un patrón directo entre la utilidad gravable y el tributo marginal pagado por cada sector, con lo que no se demostraron “sacrificios” equivalentes entre el retorno esperado y el pago de impuestos, dado que en las dos reformas estudiadas algunos sectores con altas utilidades contenían múltiples tratamientos especiales (subvenciones o exenciones), lo que distorsionó las tarifas nominales exhibidas.

En términos prácticos estas distorsiones conllevan a que en la realidad no siempre se materialicen la aversión a la inequidad de una sociedad ( $\theta$ ) con las cargas tributarias según las rentas percibidas, beneficiando en algunos casos a los sectores con mayores rentas y afectando a aquellos con menores. En un contexto regional,  $\theta$  puede ser usado para calcular pesos de bienestar que ayudan a dirigir los recursos sobre las zonas más necesitadas<sup>29</sup> (Evans D. , 2005). Valores altos de  $\theta$  sugieren mayores pesos sobre las regiones con menor índice de bienestar, mientras que valores cercanos a 0 indican menores pesos, es decir que su ponderación no tiene ningún componente adicional sobre las otras regiones con mejores ingresos.

Estimaciones de valores inferiores de  $\theta$  a lo largo del tiempo indican que en Colombia cada vez es menor la ponderación para la aversión por la inequidad de ingreso; por lo que puede mencionarse que en el periodo analizado la sociedad colombiana pasó de un enfoque más

---

<sup>28</sup> Cabe mencionar que una de las limitaciones de los datos usados para los cálculos radica en un sesgo potencial de sobrestimación en el valor de ( $\theta$ ), debido a que las cifras analizadas no tienen en cuenta las personas naturales y jurídicas que no tributan, dada su baja tasa de ingresos, o en algunos casos por cuestiones de elusión y/o evasión.

<sup>29</sup> La fórmula en la que se usa  $\theta$  es:  $W_i = \left(\frac{C^*}{C_i}\right)^\theta$ , donde  $W_i$  es el peso distribucional de la región  $i$ ,  $C_i$  es el consumo per cápita de la región  $i$  y  $C^*$  es el consumo per cápita del país.

igualitario a un enfoque más utilitario, en el que se valoraron todos los sectores bajo ponderaciones de bienestar más homogéneas, y no se dio mayor peso a aquellos con los menores ingresos.

#### 4.2. Tasa de Descuento decreciente (descuento Gamma)

Dada la gran variación de las TAD calculadas y en concordancia con la evidencia empírica de Correa (2007) para Colombia, al modelar mediante la distribución *Gamma* las tasas de descuento de la tabla 3 columna 7 y ponderar los factores de descuento, se establece que la TAD para Colombia declina en el tiempo. Con lo anterior, y partiendo de una media ( $\mu$ ) de 4.9% y una desviación estándar ( $\sigma$ ) 2.82%, en la tabla 4 columna 3 se muestran los resultados promedio encontrados según los horizontes de tiempo enunciados en la columna 1. Así, el valor reportado del año 0 al 10 es igual al promedio de los valores calculados para cada uno de los años del periodo, empezando con el valor de 4.9% para el año 0 y terminando con un valor de 4.2% para el año 10. En aras de la aplicabilidad de los cálculos estimados, se sugiere trabajar con valores de TAD enteros.

Tabla 4

Tasa de Descuento Decreciente para licenciamiento Ambiental en Colombia

Promedio Años (t)	Tiempo (plazo)	TAD $r(t) = \frac{\mu}{1 + \frac{t\sigma^2}{\mu}}$
0 a 10	Corto	5%
11 a 20	Mediano	4%
21 en adelante	Largo	2%

Fuente: Cálculos propios

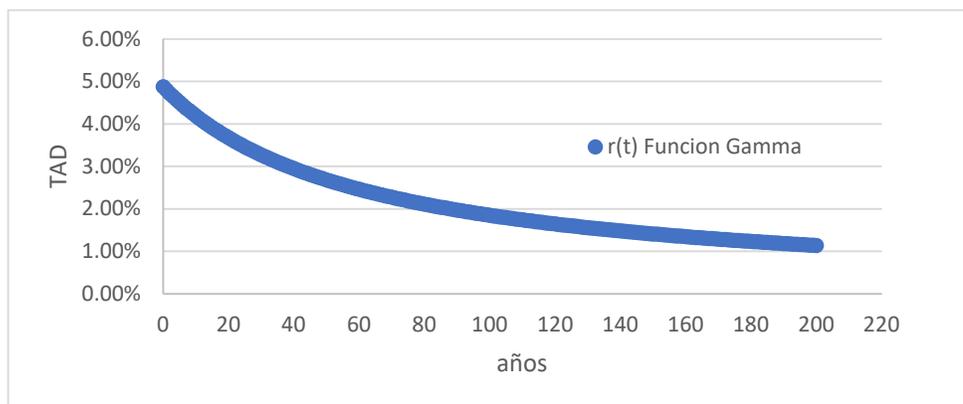
Una aplicación del documento de Weitzman (2001) surge del cálculo de una única Tasa Constante Equivalente (TCE), en caso de que se tuviera que seleccionar una tasa que represente la curva decreciente del descuento<sup>30</sup>. Según la muestra analizada, la TCE para Colombia estaría alrededor del 3%. La figura 7 muestra la dispersión de los datos de TAD conforme transcurren los años, de manera que es posible afirmar que dado el supuesto de TAD con distribución gamma, la sociedad emplea una tasa de descuento más alta para aplicarla en el corto plazo, en relación con el consumo en el largo plazo, por lo que se refuerza la hipótesis del descuento hiperbólico y su

Weitzman obtiene la Tasa Constante Equivalente con la siguiente ecuación:  ${}^{30} r = \frac{(\mu - \sigma)(\mu + \sigma)}{\mu}$ , donde  $\mu$  y  $\sigma$  son la media y varianza de la muestra.

necesidad en la diferenciación en tasas según la temporalidad. Para proyectos cuyos impactos superen los 100 años se sugiere incorporar tasas cercanas al 1%.

Figura 7

Tasa de Descuento Decreciente para licenciamiento Ambiental en Colombia con distribución Gamma\* (%)



Fuente: Elaboración propia

### Propuesta de uso de la Tasa de Descuento Decreciente en el marco del Licenciamiento Ambiental en Colombia.

Dado el alcance del presente documento se plantea un ejemplo para el escoger la TAD según la temporalidad de los impactos de un proyecto, obra o actividad el cual tiene un horizonte de Vida (hvP) de 16 años. Supongamos que en un proyecto se identificaron 4 impactos relevantes, 2 (dos) positivos y 2 (dos) negativos, cuya temporalidad y valoración económica del cambio en la provisión de los servicios ecosistémicos se muestra en la tabla 5.

Tabla 5

Impactos de un Proyecto, obra o actividad objeto de Licenciamiento

Impacto	Valoración Económica anual (Millones de pesos constantes COP\$)	Temporalidad (años)
Negativo 1	200	25
Negativo 1	200	5
Positivo 1	500	10
Positivo 2	200	15

Fuente: Elaboración propia

Frente al anterior planteamiento, la TAD sugerida para realizar el cálculo del valor presente neto sería según la Tabla 5 el 2% ( $\geq 20$  años), ya que esta se escoge según la máxima temporalidad conocida de cualquiera de los impactos (impacto negativo 1). No obstante, si no se conociera la temporalidad de los impactos o si el máximo de ellos fuera inferior al (hvP) se sugiere, por principio de precaución, utilizar la temporalidad del hvP, la cual para este ejemplo sería de 16 años con lo

que TAD a usar bajo la incertidumbre de la temporalidad de los impactos sería de 4%, dados los valores de la Tabla 5.

## 5. Conclusiones

La variabilidad de las TAD estimadas para el periodo 2001-2016 indica que es posible plantear una TAD decreciente en el tiempo en Colombia, debido a la diferencia anual de los factores de descuento calculados. En este documento las TAD estimadas para descontar los beneficios y costos de los proyectos objeto del licenciamiento fueron de 5%, 4%, y 2% para el corto (0-10 años), mediano (11-20 años), y largo plazo ( $\geq 21$  años) respectivamente.

La TAD media estimada para el periodo 2001-2016 fue de 4.88%. Usar valores superiores para descontar los beneficios y costos del licenciamiento de proyectos con amplios horizontes de tiempo subvalora su valor presente neto.

Bajo la metodología de Ramsey de Tasa Social de Preferencias Temporales y su modelo de sacrificio igual a utilidad como *proxy* de TAD, es posible concluir que en los años estudiados las consideraciones intra-generacionales ( $\theta g$ ) de la sociedad predominaron sobre las consideraciones intergeneracionales ( $\rho$ ). No obstante, en los últimos años estas últimas aumentaron su participación notablemente.

Las reformas tributarias adoptadas durante el 2003 y 2006 mostraron una sociedad con una menor tributación sobre las bases gravables de las empresas. De manera que mientras más igualitario sea el sistema impositivo en Colombia es posible inferir que el descuento sobre el futuro será cada vez menor respecto al consumo presente.

Los Análisis Costo Beneficio evaluados con tasas de descuento decrecientes favorecen los proyectos con beneficios netos en el largo plazo. Menores Tasas de descuento, fortalecen la representatividad de los valores estimados para las generaciones futuras.

Finalmente, en busca de la sostenibilidad ambiental del país, la estimación de una TAD decreciente en el tiempo es solo una de las tres variables más importantes que pueden contribuir con la conservación de un ambiente sano. Adicionalmente, la correcta valoración económica de los impactos ambientales (precios) y la adecuada estimación de la temporalidad de los impactos deben priorizarse como los insumos esenciales de un Análisis Costo Beneficio Ambiental, cuya finalidad radica en escoger aquellos proyectos, obras o actividades que realmente aporten al bienestar y desarrollo sostenible de una sociedad.

## Referencias

- Ministerio del Medio Ambiente y Desarrollo Sostenible. (13 de 04 de 2015). Decreto 10 76 Por medio del cual se expide el Decreto Reglamentario Único del. *MADS*, 1-433. Obtenido de [http://www.minambiente.gov.co/images/Atencion\\_y\\_participacion\\_al\\_ciudadano/consultas\\_publicas\\_2015/juridica/Proyecto\\_de\\_Decreto\\_7\\_5\\_15.pdf](http://www.minambiente.gov.co/images/Atencion_y_participacion_al_ciudadano/consultas_publicas_2015/juridica/Proyecto_de_Decreto_7_5_15.pdf)
- Arango, L. M. (2001). Estimación de la estructura a plazo de las tasas de interés. *Banco de la República*, 1-34
- Arrow, K. (1995). Intergenerational Equity and the Rate of Discount. *IEA World Congress*, 1-23.
- Autoridad Nacional de Licencias Ambientales. (2017). Resolución 1669 de 2017 por la cual se adoptan los "Criterios Técnicos para el uso de herramientas Económicas, para proyectos obras y actividades objeto de licenciamiento Ambiental". *Resolución 1669 de 15 Agosto de 2017*, 1-136.
- Ávila, Javier. León Ivonne. (2008). *Distorsión en la tributación de las empresas en Colombia: Un análisis a partir de las tarifas efectivas marginales*. Dirección de Impuestos y Aduanas Nacionales. Bogotá, D.C.: Oficina de Estudios Económicos DIAN.
- Azqueta, D. A. (2007). *Introducción a la Economía Ambiental*. Madrid, España : McGraw Hill.
- Banco de la República. (14 de mayo de 2018). *Banco de la República TES*. (B. d. Republica, Productor) Obtenido de Banco de la Republica\_TES: <http://www.banrep.gov.co/es/tes>
- Baumol, W. J. (1968). On the Social Rate of Discount. *The American Economic Review*, , Vol. 58 (No. 4), 788-802.
- BID, B. I. (2012). Guidelines for the Economic Analysis of IDB-Funded Projects. *Inter-American Development Bank* , 1-49.
- Campos, J. S.-A. (2015). Porque el tiempo pasa evolución teórica y práctica en la determinación de la tasa social de descuento. *Banco Interamericano de Desarrollo*, 1-56.
- Campos, J. S.-A. (2016). Tasa de descuento social y y evaluación de proyectos. Algunas reflexiones prácticas para América Latina y el Caribe. *Banco Interamericano de Desarrollo BID*, 1-61.
- Castro, D., Casallas, Y., Villamil, G., & Garcia, C. (2018). *Jerarquización, Estandarización y Zonificación de Impactos Ambientales para 300 Proyectos Licenciados ANLA*. Bogotá: Autoridad Nacional de Licencias Ambientales.
- Castro, R., Moreno, A., & Rueda, A. (2017). Actualización de los Precios Sociales y de los Parámetros Costo-Eficiencia para la Economía Boliviana. *Working Paper*, 1-7.
- Correa, F. (2008). Tasa de descuento ambiental Gamma: una aplicación para Colombia. *Universidad de Antioquia-Lecturas de Economía*, 141-162.
- Delgado, R. &. (2018). *¿Cuánto tributan efectivamente el consumo, el trabajo y el capital en Colombia?* Banco de la República . Bogotá, D.C: Banco de la República, Núm. 1041.

- Departamento Administrativo Nacional de Estadística. (2018). *Gasto Consumo Hogares 2000-2015*. Bogotá: DANE.
- Departamento Nacional de Planeación. (2017). *Macroeconomía y Crecimiento Verde. Análisis y Restos para Colombia*. Bogotá, D.C. Colombia: Departamento Nacional de Planeación.
- Evans, D. (2005). The Elasticity of Marginal Utility of Consumption: Estimates for 20 OECD Countries. *FISCAL STUDIES*, 197-224.
- Evans, D. S. (2004). Social discount rates for six major countries. *Applied Economics Letters*, 557-560.
- Evans, E. K. (2011). Dual discounting in cost-benefit analysis for environmental impacts. *Environmental Impact Assessment Review*, 180-186.
- Hardin, G. (1968). The Tragedy of the Commons. *Science*, 1243-1248.
- Hernández, G. P. (2018). Una Estimación de la Tasa de Descuento para Proyectos Ambientales. *Archivos de Economía. DNP*, 1-14.
- HM Treasury. (2003). *Appraisal and Evaluation in Central Government (The Green Book)*. Londres: HM Treasury.
- Horowitz, J. (1996). Environmental policy under a non-market discount rate. *Ecological Economics*, 73-78.
- Islam, S. M. (2002). Optimum Growth Theory and Social Time Preference: a computerised Mathematical Modelling Exercise to Choose a Social Discount Rate. En K. Puttaswamaiah, *Cost-Benefit Analysis* (págs. 19-40). New Brunswick, New Jersey, USA: Library of Congress Cataloging-in-Publication Data.
- López, H. (2008). The Social Discount Rate: Estimates for Nine Latin American Countries. *The World Bank, Policy Research Working Paper*, 3-19.
- Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo. (2015). *Objetivo de Desarrollo del Milenio*. Bogotá,: PNUD.
- Ramsey, F. P. (1928). A Mathematical Theory of Saving. *The Economic Journal*, 543-559.
- Stern, N. (2006). *The Economics of Climate Change: The Stern Review*. Cambridge UK: Cambridge University Press.
- Ulph, D. y. (1999). A Social Discount Rate For The United Kingdom. *Economics and the Environment: Essays in Ecological Economics and Sustainable Development, D.W.*, 1-25.
- Weitzman, M. (2001). Gamma Discounting. *American Economic Review, Vol. 91, No.1*, 261-271.
- Zhuang, J. L. (2007). Theory and Practice in the Choice of Social Discount Rate for Cost-Benefit Analysis: A Survey. *Asian Development Bank, ERD*, 1-51.

## Apéndice A

### Modelo de Ramsey (Ramsey, 1928)

En este documento se presenta la estimación de la TAD para Colombia, usando la metodología para el cálculo de la Tasa Social de Preferencias de Tiempo TSPT, propuesta inicialmente por el matemático británico Frank Ramsey (Ramsey, 1928). Esta técnica se deriva de su modelo de crecimiento, que propone que la tasa de ahorro  $[f(a, c) - x]$  multiplicada por la utilidad marginal del consumo  $u(x)$  es igual a la tasa a la cual decrece la “felicidad” desde su máximo nivel de disfrute  $B - [U(x) - V(a)]$  (ecuación A1). Dicho en otros términos, se requiere que la “felicidad” de gastar una unidad adicional de dinero en el presente sea igual al sacrificio de ahorrar una unidad menos, suponiendo que existe un límite máximo alcanzable de felicidad y que no hay un descuento en el futuro.

$$[f(a, c) - x] * u(x) = B - [U(x) - V(a)] \quad (A1)$$

De esta forma  $U(x)$  es denominada como la función total de utilidad del consumo y  $V(a)$  como la función de “des-utilidad” por trabajo, siendo  $u(x)$  y  $v(a)$  sus respectivas tasas marginales  $u(x) = \frac{dU(x)}{dx}$ ;  $v(a)^{31} = \frac{dV(a)}{da}$ . Con estos elementos, Ramsey denomina la “felicidad” por unidad de tiempo como la diferencia entre  $[U(x) - V(a)]$  y asume un límite máximo de felicidad, que es alcanzado cuando se logra un nivel de capital, el cual permite detener el ahorro. Este valor se conoce como  $B$ , o en su traducción completa en inglés como *Bliss*, que alude a “bendición”. Mayor ahorro en el presente significa menor tiempo para alcanzar la “bendición”, pero de igual forma menor “felicidad” actual.

La tasa de ahorro en el tiempo  $t$  es definida como la diferencia entre los ingresos dados por la función de producción  $f(a, c)$  y el consumo  $x$ , donde  $a(t)$  es la tasa de trabajo y  $c(t)$  es el capital en el tiempo  $t$ . Esto indica que los ahorros  $\frac{\partial c}{\partial t}$  más el consumo  $x(t)$  es igual al ingreso  $f(a, c)$  (ecuación A2). Asimismo, el autor define la des-utilidad marginal del trabajo  $v(a)$  en

---

<sup>31</sup>  $v(a) = \frac{\partial f}{\partial a} * u(x)$

Donde, para un tiempo  $t$  definido:

$v(a)$ : Des-utilidad marginal del trabajo

$\frac{\partial f}{\partial a}$ : Eficiencia marginal del Trabajo

$u(x)$ : Utilidad marginal del consumo

cualquier momento ( $t$ ) como el producto entre la eficiencia marginal del trabajo  $\left[\frac{\partial f}{\partial a}\right]$  y la utilidad marginal del consumo  $u(x)$  (ecuación A3).

$$\frac{\partial c}{\partial t} = f(a, c) - x(t) \quad (A2)$$

$$v(a) = \frac{\partial f}{\partial a} u(x) \quad (A3)$$

Como el consumo  $\Delta x$  puede aumentar con el tiempo ( $t$ ), al posponerlo en periodo infinitesimal  $\Delta t$  debería aumentar el consumo en  $\Delta x \left(1 + \frac{\partial f}{\partial c} \Delta t\right)$ , en donde  $\frac{\partial f}{\partial c}$  da la tasa de interés que se ganaría por esperar. Así, al introducir el tiempo en la ecuación de utilidad queda la ecuación A4.

$$u(x(t)) = \left(1 + \frac{\partial f}{\partial c} \Delta t\right) u(x(t + \Delta t)) \quad (A4)$$

O en el límite:

$$\frac{du(x(t))}{dt} = -\frac{\partial f}{\partial c} u(x(t)) \quad (A4)$$

Esta ecuación significa que  $u(x)$  cae a una tasa proporcional dada por la tasa de interés del capital.

En aras de dividir los retornos del capital y los retornos del salario, Ramsey propone que los retornos del capital  $c(t)$  y del trabajo  $a(t)$  agrupados previamente en la función de producción  $f(a, c)$  sean constantes e independientes, con lo que plantea la siguiente igualdad:

$$f(a, c) = pa + rc \quad (A5)$$

Donde ( $p$ ) es la tasa del salario por unidad de trabajo y ( $r$ ) la tasa de interés de retorno del capital. Estos productos se conocen como el “ingreso ganado”, para referirse al producto  $pa$  y el “ingreso no-ganado” que se refleja en la multiplicación de  $rc$ . De esta forma si se propone que el retorno del ahorro o su tasa provenga del “ingreso no ganado” se puede plantear la siguiente igualdad:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = f(c) - x(t) \quad (A6)$$

O en términos estáticos:

$$c_t = rc - x_t \quad (A)$$

$$\frac{c_t}{c} + \frac{x_t}{c} = r \quad (A6)$$

Así, el autor británico hace uso de su concepto de “des-utilidad” marginal del trabajo  $v(a)$  y rescribe su igualdad en términos de  $p$  y de la utilidad marginal del consumo  $u(x)$  descrito en la siguiente ecuación:

$$v(a) = p u(x) \quad (A7)$$

De esta forma Ramsey plantea la igualdad para el cálculo de una cantidad de “ingreso no ganado” ( $y$ ) disponible para consumo, el cual se compone del consumo  $x$  menos el “ingreso ganado”  $pa$ :

$$y = x - pa \quad (A8)$$

Con la anterior ecuación (A8), y al utilizar la ecuación A3, se muestra que la utilidad marginal del “ingreso no ganado”  $w(y)$  es igual a la utilidad marginal de consumo  $u(x)$  y esta es igual a la des-utilidad marginal del trabajo  $v(a)$  dividida entre la tasa de salario ( $p$ ) (A9):

$$w(y) = u(x) = \frac{v(a)}{p} \quad (A9)$$

Al integrar utilidad marginal del “ingreso no ganado, desde 0 hasta el límite máximo de felicidad  $B$  con respecto a  $y \int_0^{Bliss} w(y) dy$ , se obtiene nuevamente la fórmula de la “felicidad”  $[U(x) - V(a)]$ , la cual es denominada como una función total del “ingreso no ganado”  $W(y)$  que muestra la diferencia total de las integral de  $u(x)$  menos la integral de  $v(a)$  (ecuación A10). El autor resume que al integrar la ecuación A9 y dejar la función total de utilidad del consumo  $U(x)$  y la función de “des-utilidad” por trabajo  $V(a)$  en términos de los “ingresos no ganados” la ecuación A1 puede ser rescrita como la ecuación A10:

$$\int_0^{Bliss} (u(x) dx - v(a) da) = U(x) - V(a) \quad (A9)$$

$$rc - y = [f(a, c) - x] * w(y) = B - W(y) \quad (A9)$$

O:

$$[rc - y]w(y) = B - W(y) \quad (A10)$$

Para determinar cuánto del “ingreso no ganado” ( $rc$ ) debe ser ahorrado y cuánto es el valor de este en el tiempo  $t$  es posible utilizar la ecuación A4 y reemplazar en A11:

$$\frac{dw(y(t))}{dt} = -r w(y(t)) \quad (A11)$$

Si delimitamos el tiempo entre  $0 \leq t \leq T$  y le damos a  $A = w(y_0)$  donde  $y_0$  es el valor de  $y$  cuando  $t=0$  determinado por la abscisa de  $Q$  donde  $P$  es ecuación A12 puede escribirse como;

$$w(y(t)) = Ae^{-rt} \quad (A12)$$

Donde  $e^{-r}$  es igual a la pendiente de la curva

Para ver cómo cambian los resultados cuando se reconoce que las utilidades futuras y des-utilidades no son reconocidas como iguales a las presentes, se introduce el concepto tasa de descuento de la utilidad ( $\rho$ ), la cual es completamente diferente de la tasa a la que se descuentan las sumas futuras de capital (dinero). En otras palabras, si se presta o se pide \$1 de capital, este debe ser devuelto en el tiempo  $t$  como  $\$(1+r)$ , donde  $r$  es la tasa de descuento del capital. Esta tasa  $r$  no es igual a la tasa de descuento de la utilidad ( $\rho$ ) ya que ( $\rho$ ) varía por el incremento o decremento del gasto a medida que pasa el tiempo.

Suponiendo que  $\rho < r$ , se puede reescribir la ecuación A11 como A13:

$$\frac{du(x(t))}{dt} = -u(x(t)) \left[ \frac{\partial f}{\partial c} - \rho \right] \quad (A13)$$

$$\frac{du(x(t))}{dt} = -u(x(t)) (r - \rho)$$

Asumiendo  $\frac{\partial f}{\partial c} = r$  constante y  $A = w(y_0) = u(x_0)$  se puede reescribir como A14:

$$u(x(t)) = w(y(t)) = Ae^{-(r-\rho)t} \quad (A14)$$

Con base en el anterior modelo de crecimiento se propone maximizar la función de Utilidad del consumo  $u(x_t)$  en un tiempo  $t$ , incluyendo una tasa de descuento de la utilidad en el futuro  $\rho$ , la cual difiere de la tasa de interés de retorno del capital  $r$  (A15). Esta maximización está sujeta a la restricción expuesta previamente para la Tasa de Ahorro (A16), en donde la cantidad total ahorrada ( $c_t$ ) en función del tiempo  $\left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)$  es igual a la diferencia entre los “ingresos no ganados” generados por la función de producción  $f(c_t)$  y el consumo  $x_t$  para un tiempo  $t$ .

$$\int_0^{\infty} (U(x_t) e^{-\rho t} dt \quad (A15)$$

Sujeto a:

$$c_t = f(c_t) - x(t) \quad (A16)$$

De acuerdo con la teoría, el control óptimo el Hamiltoniano de este sistema es:

$$H = U(x_t) e^{-\rho t} + \lambda(f(c_t) - x(t) - c_t) \quad (A6)$$

Las condiciones necesarias son las siguientes:

$$i) \quad \frac{\delta H}{\delta x_t} = 0 \quad (A17)$$

$$ii) \quad \frac{\delta H}{\delta c} = -\lambda' \quad (A18)$$

Así la condición i) se expresaría:

$$\frac{\delta H}{\delta x_t} = U(x_t)' e^{-\rho t} - \lambda = 0 \quad (A17)$$

Por lo que:

$$\lambda = U(x_t)' e^{-\rho t} \quad (A18)$$

De la segunda condición se obtiene que:

$$\frac{\delta H}{\delta c(t)} = \lambda' = -\lambda [f(c_t)'] \quad (A19)$$

Al derivar  $\lambda$  A.1.18 respecto al tiempo se tiene:

$$\frac{d\lambda}{dt} = \lambda' = U(x_t)'' x_t' e^{-\rho t} + U(x_t)' e^{-\rho t} - \rho U(x_t)' e^{-\rho t} \quad (A20)$$

Entonces, al reemplazar A18 en A19 e introducir A19 en A20 con la igualdad a cero, se tiene:

$$U(x_t)'' x_t' e^{-\rho t} + U(x_t)' e^{-\rho t} - \rho U(x_t)' e^{-\rho t} + U(x_t)' e^{-\rho t} [f(c_t)'] = 0 \quad (A20)$$

Si se dividen todos los términos de A.1.20 en  $e^{-\rho t}$  esta se convierte en A21:

$$U(x_t)'' x_t' + U(x_t)' - \rho U(x_t)' + U(x_t)' [f(c_t)'] = 0 \quad (A21)$$

Simplificando términos:

$$U(x_t)'' x_t' + U(x_t)' ([f(c_t)' - \rho]) = 0$$

Así pues, se expone que  $U(x_t)' > 0$  que representa la utilidad marginal del consumo es positiva, y la tasa de cambio de la utilidad marginal del consumo o su segunda derivada es menor a cero  $U''(x_t) < 0$  es decir que es decreciente. Despejando  $f(c_t)'$  se obtienen A22

$$f(c_t)' = \rho + \left[ \frac{U(x_t)''}{U(x_t)'} * \frac{\partial x}{\partial t} \right] \quad (A22)$$

Donde  $\frac{\partial x}{\partial t}$  es el cambio de consumo en el tiempo o la tasa de crecimiento per cápita ( $g$ ); es la elasticidad de la utilidad marginal del consumo ( $\theta$ ), ( $\rho$ ) es la tasa pura de preferencias y  $f'(c_t)$  es la tasa de retorno del ahorro o ( $r$ ).

Frente a  $\frac{U(x_t)''}{U(x_t)'}$  y en términos prácticos el numerador puede asociarse con la tasa de cambio de la utilidad-sacrificio marginal del consumo, o lo que se conoce en la literatura como coeficiente de aversión absoluta al riesgo ( $caar$ ). Se espera que a mayor ingreso menor  $caar$ , es decir, que su tendencia es decreciente. Por su lado, el denominador muestra la utilidad marginal promedio, que indica como aumenta la utilidad cuando aumenta el consumo o su inversa (como disminuye la utilidad cuando disminuye el consumo).

Así, según Ramsey, un hogar escoge consumo de tal forma que su tasa de ahorro ( $r$ ) sea igual a la tasa pura de preferencias  $\rho$  más la tasa a la que decrece la tasa de cambio de la utilidad marginal del consumo ( $\theta$ ), debido al crecimiento del consumo per cápita ( $g$ ). La ecuación A22 resume la igualdad. Obsérvese que es la misma ecuación 4 usada para un momento  $t$ .

$$r = \rho + \theta g \quad (A22)$$

## Apéndice B

### Derivación de Elasticidad Marginal de la utilidad del Consumo (Evans D. , 2005)

La aversión a la inequidad en una sociedad  $\theta$  estaría dada no en función de la cantidad de impuestos que pagan las personas sino en función del sacrificio o des-utilidad que le representa a cada una de ellas hacerlo. Esta igualdad (ecuación C1) puede ser vista en términos marginales en donde la utilidad marginal del ingreso  $U'(Y)$  es igual al sacrificio marginal del pago de impuesto según su ingreso dada una función de utilidad  $U'(Y - T(Y))$

$$U'(Y) = U'(Y - T(Y)) \quad (C1)$$

En donde  $Y$  es el ingreso gravable o renta per cápita antes de impuestos y  $T(Y)$  el valor de impuesto deducible de la renta ( $Y$ ). Teniendo en cuenta la anterior consideración y asumiendo una elasticidad constante, se introduce una función iso-elástica de utilidad del ingreso con aversión relativa al riesgo constante CRRA (por sus siglas en inglés), cuya formula se presenta en la ecuación C2:

$$U(Y) = \frac{Y^{(1-\theta)} - 1}{1 - \theta} \quad (C2)$$

Donde  $U(Y)$  es la función de utilidad del ingreso;  $\theta$  es el nivel de aversión relativo al riesgo o la elasticidad de la utilidad marginal del ingreso,  $Y$  el ingreso per cápita antes de impuestos. Dada la ecuación C1 se plantea el supuesto de igualdad del sacrificio en donde los impuestos que se pagan sobre los ingresos reflejan el mismo sacrificio para cada individuo, sin importar el monto del ingreso (ecuación C3). Así entonces, y reemplazando en la ecuación C2 en la ecuación C1 se tendría la utilidad marginal del ingreso o derivada de la utilidad  $U'(Y)$  en la ecuación y la des-utilidad marginal del pago de impuestos  $U'(Y - T(Y))$  en la ecuación C4.

$$U'(Y) = \frac{dU}{dY} = Y^{(-\theta)} \quad (C3)$$

$$U'(Y - T(Y)) = \frac{dU(Y - T(Y))}{dY} = [Y - T(Y)]^{(-\theta)} \left[ 1 - \frac{dT(Y)}{dY} \right] \quad (C4)$$

En donde  $\frac{dT(Y)}{dY}$  es la tasa marginal de tributación respecto al ingreso;  $T(Y)$  es la proporción del impuesto respecto a el ingreso gravable  $Y$ . Igualando las ecuaciones C3 y C4 según la igualdad planteada en la ecuación C1 se tiene la ecuación C5.

$$Y^{(-\theta)} = [Y - T(Y)]^{(-\theta)} \left[ 1 - \frac{dT(Y)}{Y} \right] \quad (C5)$$

Por lo que al despejar  $\theta$  se obtiene la ecuación C6 con la cual se muestra que la elasticidad de la utilidad marginal del ingreso está en función de la tasa marginal de tributación respecto al ingreso  $\frac{dT(Y)}{dy}$ ; y  $T(Y)$  que es la proporción del impuesto respecto a el ingreso gravable. Observe que es la misma ecuación 13.

$$\theta = \frac{\ln \left[ 1 - \frac{dT(Y)}{dy} \right]}{\ln \left[ 1 - \frac{T(Y)}{Y} \right]} \quad (C6)$$